**UBI602 Algoritmaların Karmaşıklık Teorisi**

**Ara Sınav**

**21 Nisan 2014**

**Dilediğiniz 5 soruyu yanıtlayınız. Yanıtlamadığınız soruyu açık olarak işaretleyiniz.**

**Süre 120 dakika**

**1.** (*Kilitli Dolaplar*) Bir okul koridorunda *1*’den başlayıp *n*’e kadar sıralı olarak numaralanmış *n* tane dolap bulunmaktadır. Başlangıçta tüm dolap kapıları kilitlidir. Koridorda her seferinde *1* numaralı dolaptan başlayan *n* geçiş yapıyorsunuz. *i*’nci geçişte,

*i* = 1, 2, . . . , *n*, her *i*’nci dolabın kapısını açıksa kilitliyor, kilitli ise açıyorsunuz. Örneğin 3. geçişte (*i=3* ) 3, 6, 9, … *3k* numaralı dolapları ziyaret ediyor ve her birinin kapısını açıksa kilitliyor, kilitli ise açıyorsunuz. Son geçişten sonra hangi dolap kapıları kilitli, hangileri açıktır? Kaç dolap kapısının açık olduğunu *n* cinsinden ifade ediniz.

**2.** Aşağıdaki fonksiyonları büyüme derecelerine göre (*order of growth*) küçükten büyüğe (kısa açıklamalarla) sıralayınız.

*(n* +3*)*!*,* 2 lg*(n* + 100*)*5*,* 22*n,* 0*.*001*n*10 + 3*n*+ 1*,* ln3 *n,*  √*n.*

**3.** Aşağıdaki özyinelemeli fonksiyonların (*recurrences*) büyüme derecelerini bulunuz.

**a.** *T (n)* = 4*T (n/*2*)* + lg *n, T (*1*)* = 1

**b.** *T (n)* = 4*T (n/*2*)* + *n, T (*1*)* = 1

**c.** *T (n)* = 4*T (n/*2*)* +n2*, T (*1*)* = 1

**4.**

**a)** İkili bir arama ağacında en büyük anahtarı bulan bir algoritmayı kısaca anlatınız. Algoritmanızı değişken-büyüklükte-azalan (*variable-size-decrease*) bir algoritma olarak sınıflar mısınız? Açıklayınız.

**b)** Yukarda tasarladığınız algoritmanın en kötü durum (*worst-case*) zaman karmaşıklık sınıfı nedir? Açıklayınız.

**5.** Bir ağ topolojisi, düğümlerin (bilgisayarlar, yazıcılar ve diğer cihazlar) birbirlerine nasıl bağlandıklarını gösterir. Aşağıdaki şekilde üç yaygın ağ toplojisi gösterilmektedir. Bunlar; halka (*ring*), yıldız (*star*) ve tam bağlı ızgara (*fully connected mesh*) topolojileridir.



Size yukardaki üç topolojiden birine ait bir ağı temsil etmek üzere bir komşuluk matrisi, Boolean matrisi A[0…n-1, 0…n-1] ve (n > 3) veriliyor. Göreviniz komşuluk matrisi verilen bu ağın topolojisinin yukardaki üç topolojiden hangisi olduğunu belirlemektir. Bu görevi yerine getirmek için bir algoritma tasarlayıp, nasıl çalışacağını açıklayınız. Algoritmanız kaba-kuvvet (*brute-force*) algoritma olabilir. Algoritmanızın zaman karmaşıklığını belirtiniz.

**6.**



Yukardaki algoritmanın en kötü durum (*worst-case*) zaman karmaşıklığını hesaplayınız.

Not: Hesaplamalarda kolaylık için *n = 2k – 1* olduğunu yani yığın’ın ağacının (*heap’s tree*) tam dolu olduğunu (her seviyede olabilecek en fazla sayıda düğüm var) varsayınız. Ağacın yüksekliği *h= k – 1’dir.*