

**EGE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
(YÜKSEK LİSANS TEZİ)**

**BİLGİSAYAR GRAFİKLERİNDE YENİ BİR
IŞIKLANDIRMA MODELİ**

Murat KURT

Uluslararası Bilgisayar Anabilim Dalı

Bilim Dalı Kodu : 619.02.04

Sunuş Tarihi : 06.08.2007

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Aydın ÖZTÜRK

BORNOVA - İZMİR

III

Murat KURT tarafından YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak sunulan “**Bilgisayar Grafiklerinde Yeni Bir Işıklandırma Modeli**” başlıklı bu çalışma E.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Eğitim ve Öğretim Yönergesi'nin ilgili hükümleri uyarınca tarafımızdan değerlendirilerek savunmaya değer bulunmuş ve 06.08.2007 tarihinde yapılan tez savunma sınavında aday oybirliği/oyçokluğu ile başarılı bulunmuştur.

Jüri Üyeleri:

Jüri Başkanı : Prof. Dr. Aydın Öztürk

Raportör Üye: Yrd. Doç. Dr. Cengiz Güngör

Üye : Prof. Dr. Serdar Korukoğlu

İmza:

.....

.....

.....

ÖZET**BİLGİSAYAR GRAFİKLERİNDE YENİ BİR
IŞIKLANDIRMA MODELİ**

KURT, Murat

Yüksek Lisans Tezi, Uluslararası Bilgisayar Enstitüsü

Tez Yöneticisi: Prof. Dr. Aydın ÖZTÜRK

Ağustos 2007, 122 sayfa

Bilgisayar grafiklerinde ve bilgisayar vizyonunda ışığın yüzey ile etkileşiminin modellenmesine ihtiyaç duyulmaktadır. Bu amaçla da İki Yönlü Yansıma Dağılım Fonksiyonları (BRDFs) kullanılmaktadır.

Bu tez projesinde; öncelikle İki Yönlü Yansıma Dağılım Fonksiyonu (BRDF) terimi ele alınmış, daha sonra en popüler analitik BRDF modelleri incelenmiştir. Daha sonra, bu modellerin parametrelerinin tahminlenmesi incelenmiştir. Bu tezde; yeni bir BRDF modeli sunulmuştur. Bu yeni BRDF modelinin bütün parametreleri doğrusaldır ve temel bileşenler cinsinden sunulmaktadır. Bu model “*diffuse*” ve parlak malzemeler için uygundur. Yeni BRDF modeli en popüler analitik BRDF modelleri ile farklı ölçülmüş BRDF veri setleri üzerinde kıyaslanmıştır.

Ayrıca, yeni BRDF modelinin parametrelerinin tahmininde yeni bir yöntem sunulmuştur. Bu yöntem ölçülmüş BRDF verisinin içindeki gürültüyü elimine eder. Bu yöntem yinelemeli bir yöntemdir ve her bir BRDF verisine ağırlıklar vererek veriyi en iyi şekilde temsil etmeye dayanır.

Anahtar sözcükler: BRDF, analitik BRDF modeli, doğrusal BRDF modeli, temel bileşenler.

ABSTRACT

**A NEW ILLUMINATION MODEL
IN COMPUTER GRAPHICS**

KURT, Murat

MSc in International Computer Institute

Supervisor: Prof. Dr. Aydın ÖZTÜRK

August 2007, 122 pages

It is needed to model that describes the interactions between light and surface in computer graphics and computer vision. Bidirectional Reflectance Distribution Functions (BRDFs) have been used for this purpose.

In this thesis project; first, Bidirectional Reflectance Distribution Function (BRDF) term has been handled, then most popular analytical BRDF models have been investigated. After that, parameters estimations of these models have been investigated. In this thesis; a new BRDF model has been proposed. All of the parameteres of this new BRDF model are linear and they are represented in principal components. This model is for both diffuse and glossy materials. The new BRDF model has been compared with most popular analytical BRDF models on different measured BRDF data sets.

A new method has also been proposed for estimation of parameters of the new BRDF model. This method eliminates noise which has been in measured BRDF data. This method is an iterative method and gives weights to each BRDF data to represent it in most suitable way.

Keywords: BRDF, analytical BRDF model, linear BRDF model, principal components.

IX

TEŞEKKÜR

Öncelikle bu tez konusu üzerinde bana çalışma imkânı sunan tez danışmanım Prof. Dr. Aydın Öztürk'e çalışma süresince deneyimi, bilgisi ve önerileriyle araştırma ve geliştirmeyi yönlendirmesi ve sağladığı kaynaklarla destek olmasından dolayı teşekkürü bir borç bilirim.

Ayrıca ölçümlemiş oldukları BRDF veri setini bu çalışmada kullanılmasına izin veren Wojciech Matusik et al. (2003)'a teşekkür ederim.

Bu çalışmamı daima yanımda olan ve manevi desteklerini esirgemeyen aileme; annem ve baba'ma adıyorum.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	V
ABSTRACT	VII
TEŞEKKÜR	IX
İÇİNDEKİLER	XI
İÇİNDEKİLER (devam)	XII
ŞEKİLLER DİZİNİ	XIV
ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)	XV
ÇİZELGELER DİZİNİ	XVI
KISALTMALAR DİZİNİ	XVII
1 GİRİŞ	1
2 BRDF	6
2.1 İzotropik ve Anizotropik BRDF	10
2.2 BRDF'in Özellikleri	11
2.2.1 Negatif Olmama (<i>Non-negativity</i>)	11
2.2.2 Enerjinin Korunumu (<i>Energy Conservation</i>)	11
2.2.3 Karşılıklı Olma (<i>Reciprocity</i>)	12
3 ANALİTİK BRDF MODELLERİ	13
3.1 Olgusal BRDF Modelleri	13
3.1.1 Lambertian BRDF modeli	13
3.1.2 Phong BRDF modeli	14
3.1.3 Blinn-Phong BRDF modeli	16

İÇİNDEKİLER (devam)

	<u>Sayfa</u>
3.1.4 Ward BRDF modeli	17
3.1.5 Ward-Duer BRDF modeli	18
3.1.6 Lafortune BRDF modeli	20
3.1.7 Ashikhmin-Shirley BRDF modeli	23
3.1.8 Koenderink BRDF modeli	25
3.2 Fiziksel Tabanlı BRDF Modelleri	27
3.2.1 Oren-Nayar BRDF modeli	27
3.2.2 Torrance-Sparrow BRDF modeli	31
3.2.3 Cook-Torrance BRDF modeli	33
4 RENDERING	37
4.1 İnteraktif Rendering	37
4.2 Fiziksel Tabanlı Rendering	38
4.2.1 Olasılık tanımları	41
4.2.2 Monte Carlo integrasyonu	43
4.2.3 Pbrt	50
5 MODEL PARAMETRELERİNİN TAHMİN EDİLMESİ	52
5.1 En Küçük Kareler Metodu	52
5.2 Doğrusal Olmayan Parametrelerin Tahmini	56
5.3 Objektif Fonksiyonun Seçimi	59
5.4 Sağlam En Küçük Kareler Metodu	61
6 ANA BİLEŞENLER ANALİZİ	64
7 YENİ BİR IŞIKLANDIRMA MODELİ	69
8 KULLANILAN BRDF VERİ SETLERİ	74
9 KARŞILAŞTIRMALAR VE SONUÇLAR	81

İÇİNDEKİLER (devam)

	<u>Sayfa</u>
10 SONUÇ	89
KAYNAKLAR DİZİNİ	92
KAYNAKLAR DİZİNİ (devam ediyor)	93
EKLER	96
Ek 1 CURET Veri Setindeki Ölçümlenen Malzemeler	97
Ek 2 Analitik BRDF Modellerinin Bir Arada Gösterimi	98
Ek 3 Bazı Analitik BRDF Modellerinin Tahmin Edilen Parametreleri	99
Ek 4 Türkçe-İngilizce Terimler Sözlüğü	118
ÖZGEÇMİŞ	122

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.1 <i>BRDF, f_r, giden yönündeki ışımının $L(\theta_r, \phi_r)$ gelen yönündeki parlamaya $E(\theta_i, \phi_i)$ oranı olarak tanımlanır (Matusik'den 2003)</i>	9
3.1 <i>İki renkli ışık kaynağı ve bir beyaz ışık kaynağı ile ışıklandırılan görüntü. Soldaki küre ölçülmüş boya BRDF'lerinin Lambertian BRDF modeli ile sunulmasına sahip iken, sağdaki küre Lafortune BRDF modeli ile sunulmaktadır. Q-Paneli ise ölçülmüş çelik BRDF'inin Lafortune BRDF modeli ile sunulmasını göstermektedir (Lafortune et al.'dan 1997)</i>	22
3.2 <i>(a) Gerçek silindirik kil vazo, (b) Aynı materyalin Lambertian BRDF modeli ile sunumu, (c) Aynı materyalin Oren-Nayar BRDF modeli ile sunumu. Her üç durumda da ışıklandırma bakış vektörü yönünden yapılmaktadır (Oren and Nayar'dan 1994)</i>	28
3.3 <i>(a) $m=0.2$ için Beckmann dağılımı, (b) $m=0.2$ için Gaussian dağılımı, (c) $m=0.6$ için Beckmann dağılımı, (d) $m=0.6$ için Gaussian dağılımı (Cook and Torrance'dan 1981)</i>	35
4.1 <i>Lawrence et al. (2004)'un çalışmasında kullandığı görüntünün PBRT kullanılarak yeniden elde edilmiş görüntüsü</i>	51
5.1 <i>En küçük kareler yöntemi ile sağlam en küçük kareler yönteminin kıyaslaması</i>	61
7.1 <i>Parametreleri Cornell mistik lakeden tahmin edilmiş izotropik polinom modelin iki temel bileşeninin bir fonksiyonu olarak sunumu</i>	72
8.1 <i>CURet veri setinde ölçümlerde kullanılan 61 yüzey (Dana et al.'dan 1996)</i>	97
8.2 <i>Timsah lakenin görünümü (Cornell'den 2007)</i>	76

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
8.3 <i>Matusik et al. 'in veri setindeki ölçümü yapılan 100 materyalin resmi (Matusik'den 2003)</i>	77
8.4 <i>İki farklı koordinat sistemi (Matusik'den 2003)</i>	78
9.1 <i>Değişen polinom dereceleri ile sunulan vazolar</i>	81
9.2 <i>Dokuz farklı analitik BRDF modeli ile sunulan küreler</i>	98
9.3 <i>Soğukkanlı dragonun sekiz adet farklı analitik BRDF modeli ile sunumu</i>	84
9.4 <i>Sekiz analitik BRDF modelinin CURET veri setindeki 52 izotropik materyalde verdiği hatalar</i>	86
9.5 <i>İki doğrusal analitik BRDF modelinin CURET veri setindeki 52 izotropik materyalde verdiği hatalar</i>	87
9.6 <i>Polinom modelin karşılıklı olma prensibini sağlaması</i>	88

ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>Çizelge</u>	<u>Sayfa</u>
4.1 <i>robustfit fonksiyonunda kullanılabilen ağırlık fonksiyonları ve aldıkları parametreler</i>	62
9.1 <i>Polinom modelinin değişen polinom derecelerine göre parametre adetleri ve hata değerleri</i>	82
9.2 <i>Dokuz adet analitik BRDF modelinin CURET (2007) veri setine ait beş adet materyal üzerindeki parametrelerinin tahmini sonucu oluşan hataları</i>	83
9.3 <i>Sekiz adet analitik BRDF modelinin Matusik et al. (2003)'un veri setine ait beş adet materyal üzerindeki parametrelerinin tahmini sonucu oluşan hataları ve PSNR değerleri</i>	85
9.4 <i>Sekiz adet analitik BRDF modelinin ortalama parametre tahmin zamanları</i>	88

KISALTMALAR DİZİNİ

API	: Application Programming Interface
BRDF	: Bidirectional Reflectance Distribution Function
BRDFs	: Bidirectional Reflectance Distribution Functions
BSSRDF	: Bidirectional Scattering Surface Reflectance Distribution Function
CDF	: Cumulative Distribution Function
CUReT	: Columbia-Utrecht Reflectance and Texture Database
GAF	: Geometrical Attenuation Factor
MIS	: Multiple Importance Sampling
MSE	: Mean Squared Error
PBRT	: Physically Based Rendering Tool
PCA	: Principal Components Analysis
PDF	: Probability Density Function
PSNR	: Peak Signal-to-Noise Ratio
QP	: Quadratic Programming
RMS	: Root Mean Square
SQP	: Sequential Quadratic Programming

1 GİRİŞ

Bilgisayar grafiklerinde ve bilgisayar vizyonunda ışık ve materyallerin birbirleriyle etkileşimini (*interaction*) ele alan kapsamlı modeller tanımlamak önemli bir problemdir. Karmaşık yüzeylerin görünüşünü modelleyebilmek için, bu yüzeylerden ışığın yansımalarının tam olarak tanımlanması gerekir. Bu amaçla, İki Yönlü Yansıma Dağılım Fonksiyonu (Bidirectional Reflectance Distribution Function) (Nicodemus et al., 1977) yüzeyin görünüşünü modellemek için kullanılmaktadır.

Teorik olarak BRDF; gelen ışık vektörü, giden ışık (bakış) vektörü, dalga boyu ve yüzey pozisyonu gibi birçok faktöre bağlıdır. BRDF'in yüzeyin pozisyonuna göre değişimine pozisyonel varyans denir. Çoğunlukla pozisyonel varyans BRDF tanımının içine dahil edilmez ve BRDF gelen ışık vektörü, giden bakış vektörü ve dalga boyunun bir fonksiyonu olarak ele alınır. Böyle BRDF'lere pozisyon bağımsız BRDF'ler denir. Pozisyondan bağımsız olma ancak homojen materyaller için geçerlidir. Pozisyonel varyansı dahil etmenin bir yolu ise detay dokularının kullanımınıdır. Ayrıca, genellikle dalga boyu da hesap içine alınmaz. Yerine, BRDF değeri her bir renk kanalı (Kırmızı, Yeşil, Mavi) veya her dalga boyu için ayrı ayrı hesaplanır. Sonuç olarak BRDF dört değişkenli bir fonksiyon olarak düşünülebilir.

Genellikle BRDF'ler analitik fonksiyonlar kullanılarak modellenir. Bu analitik BRDF modelleri fiziksel tabanlı analitik yansıma modelleri ve olgusal (*phenomenological*) analitik yansıma modelleri olarak sınıflandırılabilirler. Analitik BRDF modellerinin birçoğu teoride ölçülebilen materyal parametrelerine sahiptir. Ancak bu pratikte gerçekleştirilmesi oldukça zordur. Ayrıca analitik modellerin bir çoğu doğrusal olmayan parametrelere sahiptir ve bu parametreleri belirlemenin bilinen birçok

zorlukları vardır.

Model parametrelerini doğrudan ölçmeye bir alternatif, gelen ve giden (bakış) açılarının farklı kombinasyonları ile materyaller üzerinden BRDF verisi ölçümlemek ve daha sonra analitik modeli bu veriye çeşitli optimizasyon teknikleri ile uydurmaktır. Ancak bu ölçme ve uydurma işlemlerinde birçok hata vardır. Birincisi, analitik modellerin hemen hemen hepsi doğrusal olmayan parametrelere sahiptir. Doğrusal olmayan parametrelerin tahmini bazı optimizasyon algoritmalarının uygulanmasını gerektirir. İkincisi, kullanılan lop (*lobe*) adedine göre, tahmin edilmesi gereken doğrusal olmayan parametre adedi oldukça fazla olabilir ve optimizasyon sonuçları doğrusal olmayan parametrelerin başlangıç değerleri ile oldukça yakından ilişkilidir. Bu durumda global minimumun bulunması oldukça zorlaşır. Hatta neredeyse imkânsızlaşır. Örneğin Lafortune modelinde (Lafortune et al., 1997) izotropik durum için tahmin edilmesi gereken doğrusal olmayan parametre adedi bir lop için 3, iki lop için 6'dır. Üçüncüsü, büyük BRDF veri setleri kullanıldığında, doğrusal olmayan parametrelerin tahmin edilme maliyeti çok yükselir. Dördüncüsü, doğrusal olmayan parametrelerin tahminlenmesi için gerekli olan objektif fonksiyonun seçimi çok net değildir. Sıradan en küçük kareler yöntemi her örnek noktasındaki varyansın aynı olduğunu kabul eder. Ancak BRDF verisindeki varyansın homojen olmadığı bilinen bir şeydir ve bu yüzden bazı ağırlıklandırma fonksiyonları varyansı stabilize etmek için önerilmiştir. Bunun yanında öklid mesafesine dayanan metrik iyi bir metrik değildir, çünkü bu metrik sistemi "*specular*" pikleri gereğinden fazla vurgular iken, "*off-specular*" yansıma özelliklerini ise yok farz eder (Matusik, 2003). Son olarak, doğrusal olmayan parametrelere sahip analitik modellerde, global minimumu elde edebilmek için doğrusal olmayan parametrelere farklı başlangıç değerleri verilerek birden fazla kez tahminleme yapılması gerekebilir. Çünkü

başlangıç değerlerinin kalitesi modelin nihai parametre değerlerinin üzerinde büyük etkiye sahiptir.

Bir diğer BRDF modelleme yöntemi ise, çok sık bir şekilde BRDF verisi ölçümlemek, bunları daha sonra listelemek ve bu listelenmiş ölçümleri BRDF olarak kullanmaktır. Bu yöntem daha önce analitik modeller için sayılmış olan birçok dezavantajı yok eder. BRDF'leri ölçümlemek için kullanılan gereç ise “*gonioreflectometer*” olarak isimlendirilir. Bu gereç bir fotometre ve bir ışık kaynağından meydana gelmiştir ve bilgisayar kontrolü altında ölçümleme gerçekleşir. Tasarım olarak bu gereçler, herhangi bir zamanda yalnızca tek bir ışımaya ölçümlemesi gerçekleştirebilir ki bu oldukça zaman harcıyıcı bir durum meydana getirir. Bu durum daha sonra geliştirilen diğer yöntemler ile herhangi bir zamanda daha fazla ölçüm yapılacak hale getirilmiştir. Genel olarak bu BRDF modelleme yöntemine de bakıldığında bazı dezavantajlarının olduğu görülmektedir. Birincisi, bu yöntem analitik modellere göre daha çok depolama alanı gerektirir. İkincisi, ölçümlemenin belli bir sistematik içinde yapılma zorunluluğu vardır. Yani, ölçümlemenin listelenebilmesi için belli sabit aralıklarla ölçümlenmiş BRDF verisine ihtiyaç vardır. Bu duruma analitik modellerde ihtiyaç duyulmaz.

Bu tez çalışmasında, bütün bu durumlar göz önünde tutularak alternatif bir BRDF modeli sunulmuştur. Önerilen BRDF modeli analitiktir. Doğrusal parametrelere sahiptir. Dolayısıyla hem ölçülmüş BRDF verisinin listelenmesine dayanan modellerin sahip olduğu dezavantajlara hem doğrusal olmayan parametrelere sahip analitik BRDF modellerinin sahip olduğu dezavantajlara sahip değildir.

Bu tez kapsamında önerilen yeni analitik BRDF modelinde öncelikle dört boyutlu BRDF verisi yeni bir dik koordinat sistemi içinde sunulmuştur. Bu dik koordinat sistemine transformasyonun

sağlanabilmesi için temel bileşenler analizi (PCA) kullanılmıştır. Daha sonra bu dik koordinat sistemi içindeki değişkenler hesaba alınarak polinom regresyon modelleri kullanılıp BRDF modellemesi sağlanmıştır. Sonuç model olgusaldır, doğrusaldır, hem *izotropik* hem *anizotropik* materyaller için kullanılabilir. Yöntem özellikle “*diffuse*” ve parlak materyaller için uygundur. Ayrıca yöntem hem basittir, hem hesaplamasal olarak etkindir. Çeşitli BRDF veri setleri üzerinde denenen bu yöntemin iyi sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir.

Bu tez çalışmasında ayrıca mevcut model uydurma işlemleri ve objektif fonksiyonlarına alternatif başka bir objektif fonksiyon önerilmiştir. Mevcut yöntemler genel olarak BRDF verisini kosinüs ile ağırlıklandırmaktadırlar. Bizim önerdiğimiz yöntem ise sağlam (*robust*) en küçük kareler yöntemini kullanmaktadır ve BRDF verisini yinelemeli bir prosedür ile “*bisquare*” ağırlıklar ile ağırlıklandırmaktadır. Tez çalışması boyunca, önerilen yeni doğrusal modelin parametreleri bu yöntem ile elde edilmiştir.

Tezin geri kalan kısmı şu şekilde organize edilmiştir: İkinci bölümde, BRDF teriminin ayrıntılı tanımına yer verilmiştir. Bu ayrıntılı tanım içinde BRDF’in birimi, BRDF’in özellikleri, izotropik ve anizotropik BRDF’lerin açıklanması, ışınölçüm gibi konular ele alınmaktadır. Üçüncü bölümde, en popüler olarak kabul gören analitik BRDF modelleri incelenmiştir. Bu bölümde modellerin formülleri, ayrıntılı tanımlamaları ve hangi BRDF sınıfının içinde yer aldıkları gibi konular ele alınmaktadır. Bölüm dört, Monte Carlo integrasyonu üzerine açıklamaları ve modellerin uygulanmasında kullanılan “*Physically Based Rendering Tool*” (PBRT) üzerine incelemeleri içermektedir. Beşinci bölümde, analitik modellerin parametrelerinin tahminlemesi ve kullanılan objektif fonksiyonlar açıklanmaktadır. Doğrusal olmayan parametrelerin nasıl tahminlendiği, en küçük kareler yöntemi ve kullanılan

ağırlıklandırma yöntemleri bu kısımda anlatılmaktadır. Altıncı bölümde, ana bileşen yaklaşımı ele alınmıştır. Bu bölümde tez kapsamı içinde önerilen yeni doğrusal modelin bileşenlerinden biri olan ana bileşenler analizi ayrıntılı olarak sunulmaktadır. Yedinci bölümde, tez kapsamı içinde önerilen yeni BRDF modelinin ayrıntılı açıklaması bulunmaktadır. Sekizinci bölümde, tez kapsamında kullanılan BRDF veri setleri incelenmektedir. Dokuzuncu bölümde ise, tez kapsamı içinde önerilen doğrusal parametrelere sahip yeni analitik model ile ilgili sonuçlar ve diğer analitik modeller ile kıyaslamalar sunulmuştur. Onuncu bölümde, sonuç ve ileriye dönük çalışmalar ele alınmıştır. Bu bölümü kaynaklar dizini ve ekler takip etmektedir.

2 BRDF

Bu bölümde, öncelikle BRDF kavramını daha iyi kavrayabilmek için bazı tanımlamalara yer verilmiştir. Buradaki tanımlamalar (Nicodemus et al., 1977), (Pharr and Humphreys, 2004), ve (Matusik, 2003)'de yer alan tanımlamaların ışığında sunulmaktadır.

Işınölçüm (*radiometry*), ışık yayılımı ve yansımalarının tanımlanması için temel matematiksel gereçler ve tanımlamalar içerir. Bu gereçler ve tanımlamalar “*rendering*” algoritmalarının temelini oluştururlar. Dolayısıyla, bu bölümde en önemli “*radiometric*” büyüklükler tanımlanmaktadır. Bütün “*radiometric*” nicelikler dalga boyu bağımlıdır. Ancak tanımlarda bu vurgulanmamıştır.

“*Radiometric*” büyüklüklerden bir tanesi Radyasyon Akışıdır (*Radiation Flux, Radiant Flux veya Electromagnetic Flux*). Birim zamanda bir yüzeyden veya bir bölgeden geçen toplam enerjiye eşittir. Birimi *Joules/second (J/s)* veya en çok bilinen haliyle *Watt (W)*'dir. Φ ile sembolize edilir. Formülize edilirse;

$$\Phi = \frac{dQ}{dt} \quad (2.1)$$

Burada Q bir grup fotonun enerjisini, t ise zamanı simgeler. Herhangi bir ışık kaynağından çıkan toplam yayılım genellikle radyasyon akışı terimi ile ifade edilir.

Işıma (*radiance*) ise diğer bir “*radiometric*” büyüklüktür ve bu büyüklükler içindeki en önemlisidir. Çünkü “*rendering*” algoritmalarında en çok o kullanılır. Bir önemli neden de; bütün diğer “*radiometric*” büyüklükler onun vasıtasıyla elde edilebilir. Bu işlem sadece alan veya yönlere boyunca ışımının integralinin alınmasıyla olur. Işıma birim izdüşürülen alandaki akış (*flux*) yoğunluğunun birim “*solid angle*”daki

değerine eşittir. Bir başka deyişle, “*solid angle*” boyunca ki yönlerin ufak bir aralığı içinde seyahat eden radyasyon akışının izdüşürülen alan ile kesiştiği miktarını ölçer. Birimi $Watt/(meter^2 \cdot steradian)$ ($W/(m^2 \cdot sr)$)’dır. Genellikle L ile sembolize edilir ve bütün yönler (ω) için tanımlanır;

$$dL(\omega) = \frac{d\Phi}{\cos\theta dA d\omega} \quad (2.2)$$

Burada Φ radyasyon akış değerini, A alanı, ω ise “*solid angle*”ı simgelemektedir. Ayrıca ışınma değeri insan gözü tarafından algılanan parlaklığın fiziksel büyüklüğüne karşılık gelir.

“*Radiometric*” büyüklüklerden bir diğeri ise, Parlama (*irradiance*). Radyasyon akışının alan yoğunluğu olarak tanımlanabilir. Bir başka deyişle, birim alana düşen radyasyon akışı miktarına eşittir. Birimi $Watt/meter^2$ (W/m^2)’dir. E ile sembolize edilir. Bütün yönler (ω) için tanımlanır;

$$dE(\omega) = \frac{d\Phi}{dA} \quad (2.3)$$

Burada Φ radyasyon akış değerini, A ise alanı simgelemektedir. Parlama değeri ayrıca ışınmanın “*solid angle*” boyunca integralinin alınmasıyla da elde edilebilir. Işınma cinsinden formülize edilirse;

$$dE(\omega) = dL(\omega) \cos\theta d\omega \quad (2.4)$$

elde edilir.

Yoğunluk (*intensity*) ise diğeri bir “*radiometric*” büyüklüktür. Birim “*solid angle*”daki radyasyon akış yoğunluğu olarak tanımlanabilir. I ile sembolize edilir ve birimi $Watt/steradian$ (W/sr)’dir. Bütün yönler (ω) için formülize edilirse;

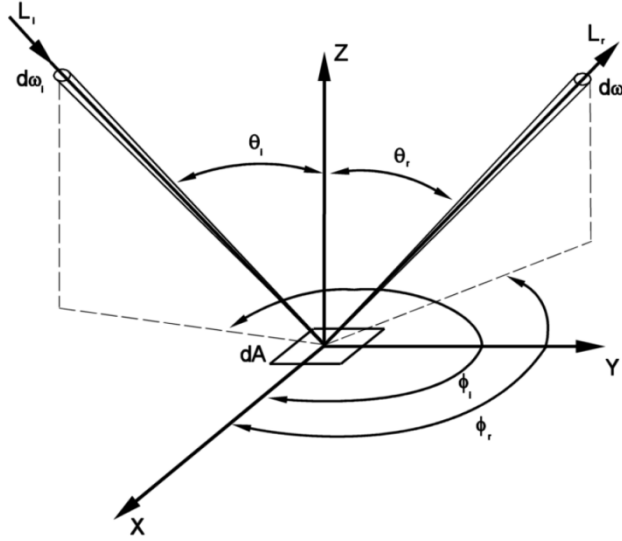
$$I(\omega) = \frac{d\Phi}{d\omega} \quad (2.5)$$

Burada Φ radyasyon akış değerini, ω ise “*solid angle*”ı simgelemektedir. Yoğunluk ışığın yönsel dağılımını açıklar ve ancak nokta ışık kaynaklarında anlamlı bir tanımdır.

Yankı (*reflection*) sabit bir yüzeye veya bir ortama gelen radyasyon akışının (*power*) frekansında herhangi bir değişim olmadan bu yüzeyden veya ortamdan ayrılması sürecine verilen addır. Yansıma (*reflectance*) ise yansıtılan akışın gelen akış miktarına oranıdır, enerjinin korunumundan dolayı 0 ve 1 aralığında bir değer alabilir (Nicodemus et al., 1977). İki Yönlü Yansıma Dağılım Fonksiyonu (BRDF) ise, yansımanın en kullanışlı modellerinden bir tanesidir ve ilk olarak ışınölçüm (*radiometry*) alanında tanımlanmıştır. Işığın yalnızca düz doğrular boyunca hareket ettiği kabulü ile ışığın herhangi bir yüzeyden yankısının yönsel dağılımını ele alır. Işığın yüzeyin içine yayılan kısmı ile ilgilenmez, sadece yüzeye değer değmez yansıyan kısmı ile ilgilenir. Esasında BRDF, İki Yönlü Saçılma Yüzey Yansıma Dağılım Fonksiyonunun (BSSRDF) basitleştirilmiş bir halidir. BSSRDF’de ışığın hangi noktadan yüzeye geldiği ve hangi noktadan yüzeyden ayrıldığı da hesap içine alınmıştır. BRDF’de yüzeyin homojen olduğu kabulü yapılır. Böylece BSSRDF, BRDF’e indirgenmiş olur. Doğada bu tip homojen yüzeylere çokça rastlanır. Metaller, plastikler, boyalı yüzeyler vs. bu tip homojen yüzeylere örnek verilebilir ve bu tip malzemeleri BRDF ile modellemek oldukça uygundur. BRDF, dalga boyu bağımlılığı yok farz edildiği durumda dört değişkenli bir fonksiyon olarak ele alınır; bunlardan iki tanesi gelen ışık yönünü, iki tanesi ise giden ışık (bakış) yönünü belirtir. Tanım olarak ise; BRDF, yansıtılan yöndeki giden ışımının (L_r), gelen yönünden yüzeye gelen parlamaya (E_i) oranıdır (Şekil 2.1). f_r ile sembolize edilir. Birimi $1/steradian$ (sr^{-1})’dır. Formülize

edilirse;

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = \frac{dL_r(\theta_r, \phi_r)}{dE_i(\theta_i, \phi_i)} = \frac{dL_r(\theta_r, \phi_r)}{L_i(\theta_i, \phi_i) \cos \theta_i d\omega_i} \quad (2.6)$$



Şekil 2.1 BRDF, f_r , giden yönündeki ışımının $L(\theta_r, \phi_r)$ gelen yönündeki parlamaya $E(\theta_i, \phi_i)$ oranı olarak tanımlanır (Matusik'den 2003)

Bilgisayar grafiklerinde, BRDF sayesinde herhangi bir gelen yöünden gelip herhangi bir giden (bakış) yönüne yansıtılan ışımının miktarı belirlenebilir;

$$L_r(\theta_r, \phi_r) = f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) L_i(\theta_i, \phi_i) \cos \theta_i \quad (2.7)$$

Burada gelen yöünden yüzeye tesir eden ışımaya değeri $\cos \theta_i$ terimi ile çarpılarak parlama değerine dönüştürülmüş olur (Lawrence, 2006).

2.1 İzotropik ve Anizotropik BRDF

Doğada bulunan birçok materyal için, ışığın gelen yönü ve gözün bakış yönü sabit olmak üzere materyalin yüzey normali etrafında döndürülmesi ile yansıma değişmez. Bu özelliği gösteren malzemelere izotropik malzemeler denir. İzotropik materyallere metaller, plastikler ve boyalı yüzeyler örnek verilebilir (Lawrence, 2006). İzotropik BRDF'ler BRDF'in önemli bir alt sınıfıdır (Matusik, 2003). İzotropik BRDF'lerde yüzeyin normali etrafında dönmesi yansımayı değiştirmedığından, BRDF üç boyutlu olarak sunulabilir. İzotropik BRDF'lerde;

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = f_r(\theta_i, \theta_r, \phi_r - \phi_i) \quad (2.8)$$

Eşitlik 2.8 geçerlidir. Ayrıca;

$$\phi_{diff} = \phi_r - \phi_i \quad (2.9)$$

kanunlarıyla BRDF denklemi Eşitlik 2.10'daki gibi yazılabilir;

$$f_r(\theta_i, \theta_r, \phi_{diff}) = \frac{dL_r(\theta_r, \phi_{diff})}{dE_i(\theta_i, \phi_{diff})} = \frac{dL_r(\theta_r, \phi_{diff})}{L_i(\theta_i, \phi_{diff}) \cos \theta_i d\omega_i} \quad (2.10)$$

Sonuç olarak izotropik BRDF'lerde gelen ve giden (bakış) vektörlerinin “*azimuthal*” açılarının yalnız farkı alınarak BRDF'ler sunulabilir. Anizotropik yüzeyler de ise, izotropik yüzeylerin aksine yüzeyin kendi normali etrafında dönmesiyle yansıma değeri değişir. Anizotropik yüzeylere örnek olarak metal fırça, cilalı metal, insan saçı, kürk ve ahşap verilebilir (Matusik, 2003; Lawrence, 2006). Anizotropik BRDF'ler dört boyutlu olarak sunulmak zorundadırlar.

2.2 BRDF'in Özellikleri

BRDF'lerin fiziğin temel yasalarını sağlamaları gerekir. Bu sayede fiziksel olarak memnun edici BRDF'ler elde edilmiş olunur. BRDF'lerin fiziğin temel yasalarını sağlayabilmeleri için aşağıdaki kısıtlamalara uymaları gerekir.

2.2.1 Negatif Olmama (*Non-negativity*)

Daha önce de değinildiği üzere yansıma değerinin enerjinin korunumundan dolayı mutlaka 0 ile 1 arasında olması gerekir. Dolayısıyla giden ışımaya (L_r) gelen ışıma (L_i) oranı mutlaka 0 ile 1 aralığında olmalıdır. BRDF, bu oranın ayrıca bir de kosinüs terimi ile bölümünü içerir. Dolayısıyla BRDF'in aralığı 0 ile ∞ (sonsuz)'dur. Ayrıca şu da bilinmelidir ki hem ışıma hem parlama değerleri negatif olamaz. Dolayısıyla BRDF de negatif değer alamaz.

2.2.2 Enerjinin Korunumu (*Energy Conservation*)

Herhangi bir fiziksel sistemde enerjinin korunumu mutlaka sağlanmalıdır. Dolayısıyla BRDF'in de enerjinin korunumunu sağlaması gerekir. Enerjinin korunumuna göre; bütün olası yönlerde bir yüzey elemanından yansıtılan ışığın toplam enerjisinin miktarı, kesinlikle o yüzey elemanına gelen enerjinin miktarından fazla olamaz. Buna göre her bir olası (θ_i, ϕ_i) yönü için;

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) \cos \theta_r d\omega_r \leq 1 \quad (2.11)$$

denklemini sağlanmalıdır. Ayrıca diferansiyel "solid angle" $d\omega$ Eşitlik 2.12'deki gibi yazılabilir.

$$d\omega = \sin\theta \, d\theta \, d\phi \quad (2.12)$$

Eşitlik 2.12, Eşitlik 2.11’de yerine konursa enerjinin korunumu şu şekilde de ifade edilebilmiş olur;

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) \cos\theta_r \sin\theta_r \, d\theta_r \, d\phi_r \leq 1 \quad (2.13)$$

2.2.3 Karşılıklı Olma (*Reciprocity*)

Bu özellik ayrıca Helmholtz’un karşılıklı olma (*reciprocity*) kanunu olarak da bilinir (Matusik, 2003). Bu yasa ışığın bir diğer fiziksel özelliğinden kaynaklanır. Bu yasaya göre; BRDF değeri, gelen vektörü ve giden (bakış) vektörü birbiriyle yer değiştirdiğinde değer olarak değişmemelidir. Yani;

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = f_r(\theta_r, \phi_r, \theta_i, \phi_i) \quad (2.14)$$

Bir başka deyişle ışığın yüzey üzerinden yansıtılarak meydana getirdiği seyahat terse çevrildiğinde, ışık yine aynı yolu izlemelidir ve BRDF her iki durumda da aynı olmalıdır.

3 ANALİTİK BRDF MODELLERİ

Materyallerin görünüşünün bilgisayar modelleri, doğru, az ve öz, hesaplamasal olarak ucuz olmalıdır (Lawrence, 2006). Bütün bunlar ancak, BRDF'lerin az sayıda parametre içeren analitik denklemler ile modellenmesi ile başarılır. Bu analitik BRDF modelleri iki sınıfa ayrılabilir; olgusal (*phenomenological*) modeller ve fiziksel tabanlı modeller. Olgusal modeller özel ampirik formüllerdir ve yüzeylerde görülen tipik yansıma özelliklerini yeniden üretmeye çalışırlar (Matusik, 2003). Bu modeller ışık ile yüzeyin birbiriyle olan etkileşimindeki mevcut olan fiziksel ilişkileri dikkate almazlar ve buna göre BRDF modellemesi gerçekleştirirler. Fiziksel tabanlı modeller ise yüzeylerin fiziksel özellikleri üzerinde bazı basitleştirici kabuller yaparlar ve buna göre de BRDF'i modellemeye çalışırlar. Fiziksel tabanlı modeller genellikle belli bir tipteki materyalleri veya özel bir olguyu modellerler (Matusik, 2003). Genel olarak, analitik BRDF modellerinin sahip oldukları parametreler materyal görünüşünde az veya çok etkiye sahiptir ve hatta bazı parametreler modellerin “parlaklık”, “renk” gibi özelliklerini kontrol ederler.

3.1 Olgusal BRDF Modelleri

Bu bölümde bilgisayar grafiklerinde en popüler olan olgusal modeller incelenecektir. Genel olarak bu modeller ampirik modellerdir ve belirli yüzey dağılım fonksiyonları kullanarak BRDF'i modellemeye çalışırlar.

3.1.1 Lambertian BRDF modeli

İlk sunulan BRDF modeli Lambertian BRDF modelidir. Bu model Lambert'in yasasına dayanır (Lambert, 1760). Bu yasaya göre, her gelen

ışık vektörü ve giden ışık (bakış) vektörü çifti için yüzey aynı miktarda ışık yansıtır (Lawrence, 2006). Lambertian yüzey ideal bir “*diffuser*”dır, yani yüzeyin ışıma miktarı çıkış bakış vektöründen bağımsızdır (Oren and Nayar, 1994). Formülize edilirse;

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = \frac{k_d}{\pi} \quad (3.1)$$

Burada k_d modelin tek parametresidir ve materyalin yüzey “*albedo*” sudur. Dalga boyuna göre değişen bir parametredir ve genellikle üç renk bileşeniyle sunulur (RGB veya HSV gibi). Lambert’in BRDF modeli şayet $k_d \leq 1$ ise enerjinin korunumunu sağlamış olur (Duer, 2004).

Doğada tam olarak Lambertian yüzeyler mevcut olmasa da kuru veya mat yüzeylerin görünüşlerini tahminleme için idealdir (Lawrence, 2006). Genel olarak bakıldığında, ışık yüzeye geldiğinde belli bir kısmı yüzeyden yansıtılır. Bir diğer kısmı ise yüzeyin içine geçer. Yüzeyin içine işleyen bu kısım yüzeyi terk edene kadar yüzeyin elemanlarına çarparak hareket eder. İşte bu çarpışma anındaki ışığın dağılımı Lambertian dağılımı ile modellenir. Işık yüzeye değer değmez yüzeyden ayrılan kısmı ise “*specular*” bileşendir ve bunu modellemek için daha karmaşık modellere ihtiyaç duyulur. Lambertian model yüzey yansımalarının “*diffuse*” bileşenini sunmak için birçok model içinde kullanılmaktadır. Oldukça popüler bir modeldir.

3.1.2 Phong BRDF modeli

Bir diğer popüler BRDF modeli ise Phong BRDF modelidir (Phong, 1975). Basit bir model olması ve hesaplamasal kolaylığı onu popüler kılmıştır. Model “*diffuse*” ve “*specular*” bileşenlerin toplamından meydana gelmektedir. Model şu şekilde formülize edilebilir;

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = \frac{k_d}{\pi} + k_s \frac{(n+2)}{2\pi} (\cos \alpha)^n \quad (3.2)$$

Burada k_d “diffuse” yansıma katsayısı, k_s “specular” yansıma katsayısıdır. n değeri “specular” yankı üssüdür. Bu değer “specular” yansımanın genişliğini kontrol eder. Bu değer büyük olması “specular” yansımayı keskinleştirip daha parlak bir görünüm oluşmasını sağlarken, bu değer küçük olması “specular” yansımayı yayar ve daha mat bir görüntü oluşmasına neden olur. α ise, normalleştirilmiş yankı vektörü (R) ile giden ışık (bakış) vektörünün (V) arasındaki açıya eşittir. Yankı vektörü Eşitlik 3.3’teki gibi tanımlanabilmektedir;

$$R = (2N \cdot L)N - L \quad (3.3)$$

Burada N yüzey normalini, L ise gelen ışık vektörünü sembolize etmektedir.

Phong BRDF modeli ilk olarak 1975 yılında sunulduğu haliyle fiziksel olarak memnun edici bir halde değildi. Yani, ne enerjinin korunumunu sağlıyordu, ne de karşılıklı olmayı sağlıyordu. Ancak daha sonra basit değişiklikler ile model bunları sağlayan bir hale geldi (Bkz. Eşitlik 3.2). Uygulanması çok kolay ve hesaplamasal olarak çok etkin olmasından dolayı birçok grafik API (*Application Programming Interface*)’sinde ve “rendering” gereçlerinde hazır olarak bulunabilmektedir. En önemli dezavantajı ise görüntüsel doğruluktan yoksun olmasıdır (Lawrence, 2006). Çünkü hangi materyal için kullanılırsa kullanılsın her zaman için plastiğe benzer bir görünüm oluşmasına sebebiyet vermektedir. Model genel olarak plastik ve yalıtkan malzemelerin modellenmesi için uygundur (Lawrence, 2006).

3.1.3 Blinn-Phong BRDF modeli

Phong BRDF modelinin bir uyarlaması Blinn (1977) tarafından önerilmiştir. Phong modeli gibi bu model de BRDF’i modellemek için basit kosinüs lobunu kullanır. Blinn, orijinal modeldeki gibi giden ışık (bakış) vektörü (V) ve yankı vektörü (R) arasındaki açıyı kullanmak yerine, yüzey normal vektörü (N) ve yarım (*half*) vektör (H) arasındaki açıyı kullanmayı önermiştir. Buna göre Blinn-Phong BRDF modeli fiziksel olarak memnun edici haliyle şöyle yazılabilir;

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = \frac{k_d}{\pi} + k_s \frac{(n+2)}{2\pi} (\cos \delta)^n \quad (3.4)$$

Burada da k_d “diffuse” yansımaya katsayısı, k_s “specular” yansımaya katsayısıdır. n değeri de “specular” yankı üssüdür. Bu değer yine “specular” yansımının genişliğini kontrol eder. δ ise normal vektörü (N) ile normalleştirilmiş yarım vektörü (H) arasındaki açıya eşittir. Normalleştirilmiş yarım vektör (H) şöyle tanımlanır;

$$H = \frac{L + V}{\text{lenght}(L + V)} \quad (3.5)$$

Burada L gelen ışık vektörünü, V ise giden ışık (bakış) vektörünü sembolize etmektedir.

Blinn-Phong modeli ayrıca “ $N \text{ dot } H$ ”ın bir fonksiyonu olarak, Phong modeli ise “ $V \text{ dot } R$ ”nin bir fonksiyonu olarak görülebilir. Nygan et al. (2005), BRDF’in “ $N \text{ dot } H$ ”ın bir fonksiyonu olarak modellenmesinin doğadaki materyallerin “specular” yansımalarını daha iyi sunduğunu ispatlamıştır.

3.1.4 Ward BRDF modeli

Bir diğerk olgusal model Ward (1992) tarafından geliştirilmiştir. Bu model “diffuse” yankının modellenmesi için Lambertian BRDF modelini kullanır, “specular” yankının modellenmesinde ise eliptik Gaussian dağılımını kullanır. Model fiziksel olarak memnun edicidir; hem karşılıklı olmayı sağlar, hem de enerjinin korunumunu yerine getirir. İzotropik BRDF’ler için model şu şekilde formülize edilebilir;

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = \frac{k_d}{\pi} + k_s \frac{1}{\sqrt{(N \cdot L)(N \cdot V)}} \frac{\exp[-\tan^2 \delta / \alpha^2]}{4\pi\alpha^2} \quad (3.6)$$

Burada k_d “diffuse” yansıma katsayısı, k_s “specular” yansıma katsayısıdır. δ normal vektörü (N) ile normalleştirilmiş yarım vektör (H) arasındaki açığa eşittir. α ise yüzey eğiminin standart sapmasıdır (RMS) (Ward, 1992). α değerinin küçük değerler alması durumunda materyal daha parlak gözükür iken, büyük değerler alması durumunda materyal daha “diffuse” gözükür.

Anizotropik BRDF’ler için de Ward BRDF modeli mevcuttur. Formülize edilirse;

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = \frac{k_d}{\pi} + k_s \frac{1}{\sqrt{(N \cdot L)(N \cdot V)}} \frac{\exp\left[-\tan^2 \delta \left(\frac{\cos^2 \phi_h}{\alpha_x^2} + \frac{\sin^2 \phi_h}{\alpha_y^2}\right)\right]}{4\pi\alpha_x\alpha_y} \quad (3.7)$$

Burada da k_d “diffuse” yansıma katsayısı, k_s “specular” yansıma katsayısıdır. δ da yine normal vektörü (N) ile normalleştirilmiş yarım vektör (H) arasındaki açığa eşittir. ϕ_h ise, yüzey düzlemine izdüşürülen yarım vektörünün (H) “azimuth” açısıdır. α_x , x yönündeki yüzey eğiminin

standart sapmasıdır. α_y , y yönündeki yüzey eğiminin standart sapmasıdır. α_x ve α_y değerlerinin küçük değerler alması durumunda materyal daha parlak gözüktür iken, büyük değerler alması durumunda materyal daha “diffuse” gözüktür.

Ward BRDF modelinde şayet $k_d \geq 0$, $k_s \geq 0$, $k_d + k_s \leq 1$, α_x ve α_y çok büyük değil ise, bu model negatif olmayan, enerjinin korunumunu sağlayan ve karşılıklı olmayı sağlayan, yani fiziksel olarak memnun edici BRDF’ler üretir (Ward, 1992; Lawrence, 2006).

Ward BRDF modelinin geliştirilme amacı izotropik ve anizotropik ölçülmüş yansıma verilerinin bir kaç anlamlı parametreye sahip bir ampirik model ile ifade edilebilmesidir (Ward, 1992). Modelin parametreleri fiziksel olarak anlama sahiptir ve geçerli BRDF’ler üretmek için, ölçülmüş veriden bağımsız olarak da bu parametreler ayarlanabilir (Ward, 1992). Yani Ward BRDF modelinin parametreleri, sezgi yoluyla anlaşılabilen parametrelerdir.

Ward BRDF modelinin birçok çeşit materyale ait ölçülmüş veriyi uydurmada iyi sonuçlar verdiği ispatlanmıştır (Nygan et al., 2005). Ancak Ward BRDF modeli, “retro-reflection” (ışığın kendi geldiği yöne geri yansıtılması durumu) ve Fresnel efekti (ışığın geliş yönünün “grazing” açılara yaklaştığında “specularity”nin artması durumu) modelleyememektedir (Matusik, 2003).

3.1.5 Ward-Duer BRDF modeli

Ward-Duer BRDF modeli, Ward BRDF modelinin analiz edilmesi sonucu geliştirilen bir modeldir. Ward BRDF modelinin enerji dengesi analiz edildiğinde ve Ward BRDF modelinin Monte Carlo önem örneklemesinin (*importance sampling*) dağılımı hesaplandığında görülmüştür ki, Ward BRDF modeli farklı bir normalizasyona sahip

olmalıdır (Duer, 2004).

Ward-Duer BRDF modelinde izotropik BRDF'ler için kullanılan denklem şöyledir;

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = \frac{k_d}{\pi} + k_s \frac{1}{(N \cdot L)(N \cdot V)} \frac{\exp[-\tan^2 \delta / \alpha^2]}{4\pi\alpha^2} \quad (3.8)$$

Burada kullanılan bütün parametrelerin anlamları, Eşitlik 3.6'da kullanılan parametrelerin anlamları ile aynıdır.

Ward-Duer BRDF modeli anizotropik BRDF'ler için ise şöyle tanımlanır;

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = \frac{k_d}{\pi} + k_s \frac{1}{(N \cdot L)(N \cdot V)} \frac{\exp\left[-\tan^2 \delta \left(\frac{\cos^2 \phi_h}{\alpha_x^2} + \frac{\sin^2 \phi_h}{\alpha_y^2}\right)\right]}{4\pi\alpha_x\alpha_y} \quad (3.9)$$

Burada da kullanılan tüm parametrelerin anlamları, Eşitlik 3.7'de kullanılan parametrelerin anlamları ile aynıdır.

Ward BRDF modeline nazaran, Ward-Duer BRDF modeli ideal yansıma yönünde daha yüksek piklere sahiptir ve bu durum ayrıca BRDF ölçümlerinde de gözlemlenmiştir (Duer, 2004).

Duer (2004) tarafından, Ward BRDF modeli için kullanılan örnekleme (*sampling*) metodunun Ward-Duer BRDF modelinin Monte Carlo önem örneklemesinde (*importance sampling*) kullanılmasının daha uygun olduğu ispatlanmıştır. Dolayısıyla Ward BRDF modelinin örnekleme metodu, Ward BRDF modelinin kendisinden ziyade Ward-Duer BRDF modeli için daha uygundur (Duer, 2004).

Son çalışmalar göstermiştir ki, Ward-Duer BRDF modeli birçok

çeşit materyalde iyi sonuçlar vermektedir, ve Ward BRDF modeli ile kıyaslandığında, bu modele göre daha iyi sonuçlar vermektedir (Nygan et al., 2005). Ancak Ward-Duer BRDF modeli de, “*retro-reflection*” ve Fresnel efekti modelleyememektedir.

3.1.6 Lafortune BRDF modeli

Olgusal BRDF modellerinden bir diğeri ise Lafortune et al. (1997) tarafından sunulmuştur. Model, kosinüs lop modelinin bir genelleştirmesidir (Lafortune et al., 1997). Bir başka deyişle model, Phong BRDF modelinin genelleştirilmiş versiyonudur. Model fiziksel olarak memnun edicidir. Yani enerjinin korunumunu sağlar, karşılıklı olmayı yerine getirir. İzotropik durum için model şu şekilde tanımlanabilir;

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = \frac{k_d}{\pi} + k_s [C_{xy}(l_x v_x + l_y v_y) + C_z l_z v_z]^n \frac{n+2}{2\pi [\max(|C_{xy}|, |C_z|)]^n} \quad (3.10)$$

Burada da k_d “*diffuse*” yansımaya katsayısı, k_s “*specular*” yansımaya katsayısıdır. C_{xy} ve C_z kosinüs lobunun büyüklüğünü ve yönünü kontrol eden parametrelerdir. n değeri ise “*specular*” üstür (Pharr and Humphreys, 2004). v_x , v_y ve v_z giden ışık (bakış) vektörünün (V) kartezyen koordinatlardaki üç bileşenidir. l_x , l_y ve l_z ise gelen ışık vektörünün (L) kartezyen koordinatlardaki üç bileşenidir.

Anizotropik BRDF’ler için ise model şöyle tanımlanmaktadır;

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = \frac{k_d}{\pi} + k_s [C_x l_x v_x + C_y l_y v_y + C_z l_z v_z]^n \frac{n+2}{2\pi [\max(|C_x|, |C_y|, |C_z|)]^n} \quad (3.11)$$

Burada da parametrelerin anlamları Eşitlik 3.11 ile aynıdır, ancak

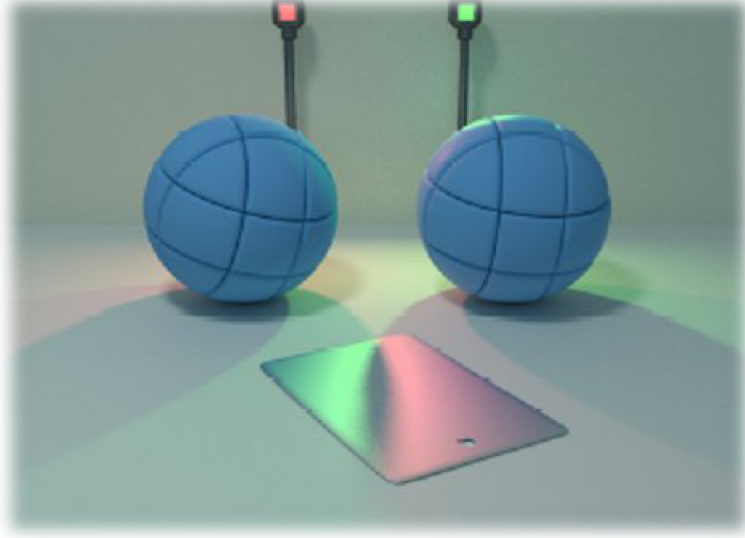
anizotropik BRDF’lerde kosinüs lobunun büyüklüğünü ve yönünü C_x , C_y ve C_z kontrol eder.

Lafortune BRDF modeli gerçek dünyada mevcut olan birçok çeşit olguyu sunabilmektedir (Matusik, 2003; Lawrence, 2006) (Şekil 3.1). Bu model; Lambertian olmayan (*non-Lambertian*) “diffuse” yankıyı (“grazing” açılarında “diffuse” bileşenin azalması durumu), Fresnel etkisini (ışığın geliş yönünün “grazing” açılara yaklaştığında “specularity”nin artması durumu), “off-specular” yankıyı (“specularity”nin maksimum değerine “mirror” yönünde değilse “grazing” yönünde ulaşması durumu), “retro-reflection”ı (ışığın kendi geldiği yöne geri yansıtılması durumu), ve anizotropiyi sunabilir. Lafortune BRDF modelinde bu olguların birçoğu C_x , C_y ve C_z parametrelerinin ayarlanması ile kolaylıkla gerçekleştirilebilir. Örneğin; - $C_x = -C_y$ ve C_z bu iki değerden küçük olacak şekilde seçilirse “off-specular” etkisi sağlanmış olur. C_x , C_y ve C_z ’nin hepsi pozitif olarak seçilirse “retro-reflection” etkisi sağlanmış olur.

$-C_x = -C_y = C_z$ durumunda ise model Phong BRDF modeline dönüşür. Modelin neden geliştirilmiş Phong BRDF modeli olarak anıldığı da bu şekilde kolaylıkla görülmektedir. Modelin bir diğer avantajı ise, Monte Carlo algoritmaları için modelin örneklemeinin mevcut olmasıdır.

Lafortune et al. (1997) memnun edici sonuçları üç adet “specular” lop kullanarak elde etmişlerdir. Çoklu loplu Lafortune BRDF modeli anizotropik durum için şöyle tanımlanabilir;

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = \frac{k_d}{\pi} + \sum_{j=1}^S k_s^j [C_x^j l_x v_x + C_y^j l_y v_y + C_z^j l_z v_z]^{n_j} \frac{n_j + 2}{2\pi [\max(|C_x^j|, |C_y^j|, |C_z^j|)]^{n_j}} \quad (3.12)$$



Şekil 3.1 İki renkli ışık kaynağı ve bir beyaz ışık kaynağı ile ışıklandırılan görüntü. Soldaki küre ölçülmüş boya BRDF'lerinin Lambertian BRDF modeli ile sunulmasına sahip iken, sağdaki küre Lafortune BRDF modeli ile sunulmaktadır. Q-Panelli ise ölçülmüş çelik BRDF'inin Lafortune BRDF modeli ile sunulmasını göstermektedir (Lafortune et al.'dan 1997)

Her ne kadar Lafortune et al. (1997), kendi modeli için üç “*specular*” lop kullanılmasını tavsiye etse de, Nygan et al. (2005) tarafından yapılan inceleme sonucunda, üç adet “*specular*” lop kullanarak Lafortune BRDF modelini uydurmanın güvenilir sonuçlar üretmediği gözlemlenmiştir. Ancak yine bu çalışmada elde edilen bir diğer sonuç ise, Lafortune BRDF modelini iki “*specular*” lop ile kullanmak, bir “*specular*” lop ile kullanmaya göre daha doğru sonuçlar üretmektedir. Model ayrıca Phong BRDF modelinin bir genelleştirmesi olduğu için, Phong BRDF modeli gibi bu model de “ $V \cdot R$ ”nin bir fonksiyonu olarak ölçülmüş BRDF verisini modeller ve bu durum BRDF’i modellemede “ $N \cdot H$ ” sunumuna nazaran, çok iyi sonuçlar üretilmemesine neden olmaktadır. Ayrıca bu model, her ne kadar dört boyutlu bir fonksiyon olsa da, birçok anizotropik “*specular*” yansımanın

eliptik şeklini sunmada uygun değildir (Lawrence, 2006).

3.1.7 Ashikhmin-Shirley BRDF modeli

Bir diğer olgusal model Ashikhmin ve Shirley (2000) tarafından sunulmuştur. Model fiziksel olarak memnun edicidir. Yani enerjinin korunumunu sağlar ve karşılıklı olmayı yerine getirir. Ayrıca model sezgi yolu ile anlaşılabilen parametrelere sahiptir. Ashikhmin-Shirley BRDF modeli ayrıca şu olguları da sunabilmektedir; Lambertian olmayan “*diffuse*” yansımaya, Fresnel etkisi ve anizotropi. Modelin geliştirilme anındaki temel strateji, anizotropik olan, Fresnel ile ağırlıklandırılmış Phong stili kosinüs lop modeli meydana getirmektir (Ashikhmin and Shirley, 2000).

Ashikhmin-Shirley BRDF modeli BRDF’i, diğer birçok BRDF modeli gibi, “*diffuse*” bileşen ve “*specular*” bileşenin toplamı olarak düşünür;

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = f_d(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) + f_s(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) \quad (3.13)$$

“*Diffuse*” bileşen için, birçok BRDF modelindeki gibi bu modelde de Lambertian BRDF modeli kullanılabilir. Ancak Lambertian olmayan “*diffuse*” yansımaya olgusunu sunabilmek için Ashikhmin ve Shirley (2000) şu “*diffuse*” bileşenin kullanılmasını tavsiye ederler;

$$f_d(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = \frac{28k_d}{23\pi} (1 - F_0) \left(1 - \left(1 - \frac{N \cdot L}{2} \right)^5 \right) \left(1 - \left(1 - \frac{N \cdot V}{2} \right)^5 \right) \quad (3.14)$$

Burada k_d yüzeyin “*diffuse albedo*” sudur. F_0 değeri ise ışığın materyale, materyalin normal yönünde gelmesi durumunda materyalin yansımaya değeridir.

İzotropik materyaller için Ashikhmin-Shirley BRDF modelinin “*specular*” bileşeni formülize edilirse;

$$f_s(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = k_s \frac{n+1}{8\pi} \frac{(N \cdot H)^n}{(V \cdot H) \max((N \cdot L), (N \cdot V))} \text{Fresnel}(F_0, V \cdot H) \quad (3.15)$$

Burada k_s “*specular*” yansımaya katsayısıdır. n değeri “*specular*” üstür. Bu değerin büyük değerler alması ile daha “*specular*” materyaller sunulmuş olunur, küçük değerler alması ile de daha “*diffuse*” materyaller sunulmuş olunur. N normal vektörü, L gelen ışık vektörünü ve V giden ışık (bakış) vektörünü sunar. H normalleştirilmiş yarı vektördür. F_0 değeri ışığın yüzeye normal vektör (N) yönünde gelmesi durumunda materyalin yansımaya değeridir.

Ashikhmin ve Shirley (2000), Fresnel terimi için Schlick’in (1994) Fresnel oranı için önerdiği formülü önermektedirler;

$$\text{Fresnel}(F_0, V \cdot H) = F_0 + (1 - F_0)(1 - V \cdot H)^5 \quad (3.16)$$

Bu formül gerçek Fresnel formülünün bir tahminlemesidir. Ancak, Nygan et al. (2005) ve Schlick (1994) tarafından vurgulandığı üzere bu formülü kullanmak ekstra bir kayba yol açmamaktadır, üstelik bu tahmini formül orijinale göre hesaplamalı olarak daha hızlıdır.

Anizotropik materyaller için Ashikhmin-Shirley BRDF modelinin “*specular*” bileşeni şöyle formülize edilebilir;

$$f_s(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = k_s \frac{\sqrt{(n_u+1)(n_v+1)}}{8\pi} \frac{(N \cdot H)^{n_u \cos^2 \phi + n_v \sin^2 \phi}}{(V \cdot H) \max((N \cdot L), (N \cdot V))} \text{Fresnel} \quad (3.17)$$

Burada k_s “*specular*” yansımaya katsayısıdır. n_u ve n_v değerleri “*specular*” üslerdir. n_u değeri x yönündeki “*specularity*”i kontrol eder iken, n_v

değeri y yönündeki “*specularity*”i kontrol eder. Bu değerlerin büyük değerler almaları ile daha “*specular*” materyaller sunulmuş olunur, küçük değerler almaları ile de daha “*diffuse*” materyaller sunulmuş olunur. N normal vektörü, L gelen ışık vektörünü ve V giden ışık (bakış) vektörünü sunar. H normalleştirilmiş yarım vektörüdür. ϕ değeri ise yarım vektörün (H) “*azimuth*” açısıdır. Burada kullanılan Fresnel formülü Eşitlik 3.15’deki ile aynı formüldür ve Eşitlik 3.16’ya eşittir.

Ashikhmin-Shirley BRDF modeli ilk olarak Phong BRDF modelini referans olarak kabul etse de daha sonra bu durum (formüllerden de anlaşılacağı üzere) Blinn-Phong BRDF modeli ile yer değiştirmiştir. Buradaki amaç “*specular*” lophon daha etkin önem örneklemesini yapabilmektir (Ashikhmin and Shirley, 2000). Dolayısıyla Ashikhmin-Shirley BRDF modelinin Monte Carlo algoritmaları için örnekleme mevcuttur. Modelin Phong ve Blinn-Phong BRDF modellerini referans olarak almasının nedeni ise bu modellerin basit ve bu yüzden de çok popüler olmalarıdır.

Ashikhmin-Shirley BRDF modeli, metaller ve plastikler gibi oldukça yaygın materyal çeşitleri üzerinde çok iyi bir performans sergilemektedir (Nygan et al., 2005).

3.1.8 Koenderink BRDF modeli

Koenderink et al. (1996) tarafından sunulan diğer bir olgusal modeldir. Bu BRDF modelinde, BRDF verisinin özetlenebilmesi için; birim boylu (*orthonormal*) fonksiyonlar ile yarım kürenin kendisiyle çarpımı ile oluşturulan bölge (*domain*) üzerinde ($H_s^2 \times H_s^2$) BRDF tanımlanır. Bu amaçla kullanılan fonksiyonlar ise Zernike polinomlarıdır.

Koenderink BRDF modeli karşılıklı olmayı sağlar. Hem izotropik durum hem anizotropik durum için BRDF sunumları mevcuttur. İzotropik

durum da Zernike polinomları üç değişken ile tanımlanır. Bu değişkenler; θ_i , θ_r ve $\Delta\varphi_{ir} = |\varphi_i - \varphi_r|$ 'dir. Anizotropik durumda ise Zernike polinomları dört değişken ile tanımlanır. Bu değişkenler; θ_i , θ_r , φ_i , φ_r 'dir.

Koenderink BRDF modelinin bütün parametreleri doğrusaldır ve parametreler sezgi yoluyla anlaşılabilen parametreler değildir. İzotropik materyaller için; 2. derece Zernike polinomları ile BRDF sunumu 5 parametre gerektirir, 4. derece Zernike polinomları ile BRDF sunumu 14 parametre gerektirir, 8. derece Zernike polinomları ile BRDF sunumu 55 parametre gerektirir. Anizotropik materyaller için ise; 2. derece Zernike polinomları ile BRDF sunumu 14 parametre gerektirir, 4. derece Zernike polinomları ile BRDF sunumu 55 parametre gerektirir, 8. derece Zernike polinomları ile BRDF sunumu 295 parametre gerektirir (Koenderink et al., 1996).

Bu modelin sıfıncı dereceden terimi Lambertian BRDF modeline eşittir. Ayrıca bu model tarafından “*retro-reflection*” olgusu da sunulabilir. Ancak tam “*specularity*”nin sunulabilmesi için sonsuz adet terim gerekmektedir (Koenderink et al., 1996).

Bu sunum Fourier serilerine oldukça benzemektedir (Koenderink et al., 1996). Fourier serilerindeki gibi Koenderink BRDF sunumunda da lopun genişliği sunumun derecesi ile doğru orantılıdır. Yani her iki sunumda da sunumların derecesi arttıkça daha “*specular*” malzemeler sunulabilir. Teorik olarak, Koenderink BRDF modeli küresel (*spherical*) harmonikler ile BRDF sunumundan üstündür. Çünkü küresel harmonikler bütün birim küre (S^2) üzerinde tanımlı tüm bir dikgen (*orthogonal*) temeldir (*basis*), ancak Koenderink BRDF modeli yarım küre (H_S^2) üzerinde tanımlı dikgen bir temele sahiptir. Ancak pratikte küresel harmonikler ile BRDF sunumunun Koenderink BRDF modelinden kötü olduğu kesinlikle söylenemez.

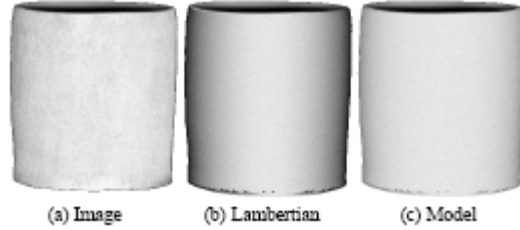
Koenderink BRDF modelinin detaylı formüllerine bu tezde yer verilmemiştir. Çünkü oldukça karmaşıktırlar.

3.2 Fiziksel Tabanlı BRDF Modelleri

Bu bölümde bilgisayar grafiklerinde en popüler olan fiziksel tabanlı BRDF modelleri incelenecektir. Fiziksel tabanlı modeller ilk olarak uygulamalı fizikçiler tarafından geliştirilmiştir (Matusik, 2003). Fiziksel tabanlı BRDF modellerinde fiziksel doğruluğu yerine getirmek, bu modellerin çıkış noktası olmuştur. Dolayısıyla fiziksel tabanlı BRDF modelleri, temel fiziksel prensipleri temel alırlar. Fresnel etkisi gibi, yüzeyin “*microfacet*”lardan meydana getirilmesi gibi, gölgelemek (*shadowing*), maskelemek (*masking*) etkileri gibi temel prensipler hemen hemen bütün fiziksel tabanlı BRDF modellerinde ortak olarak görülmektedir. Genel olarak, yüzey üzerinde belirli kabuller yaparlar ve buna göre yüzeyin ışık ile ilişkisini modellemeye çalışırlar.

3.2.1 Oren-Nayar BRDF modeli

Oren ve Nayar (1994) gerçek dünyadaki nesnelerin “*diffuse*” yansıma için mükemmel Lambertian yansımasını sergilemediklerini gözlemlediler (Şekil 3.2). Onlar, alçı, kum, kil, kumaş gibi pürüzlü “*diffuse*” yüzeylerin Lambertian davranıştan ciddi sapmalar gösterdiğini gözlemlediler (Oren and Nayar, 1994). Özellikle pürüzlü “*diffuse*” yüzeylerde, bakış yönü ışığın geldiği yöne doğru yaklaştıkça yüzeyin parlaklığı artmaktadır. Onlarda bu durumu dikkate alarak pürüzlü yüzeylerden “*diffuse*” yansımasını tahmin edecek bir model geliştirdiler. Onların modeline göre, pürüzlü yüzeyler simetrik V-şekilli olukların bir koleksiyonundan oluşmaktadır (Pharr and Humphreys, 2004). Onlar daha sonra bu her “*microfacet*”in (oluğun yüzleri) mükemmel Lambertian



Şekil 3.2 (a) Gerçek silindirik kil vazo, (b) Aynı materyalin Lambertian BRDF modeli ile sunumu, (c) Aynı materyalin Oren-Nayar BRDF modeli ile sunumu. Her üç durumda da ışıklandırma bakış vektörü yönünden yapılmaktadır (Oren and Nayar 'dan 1994)

yansımaları sergilediğini varsaydılar, ve buna göre olukların hepsinin birleşik yansımalarını modelleyen bir BRDF modeli geliştirdiler (Pharr and Humphreys, 2004). Her bir “*microfacet*” Lambertian davranış gösterse de sonuç model Lambertian olmayan davranış sergilemektedir.

Oren-Nayar BRDF modeli “*facet*”ler arasındaki maskeleme (V-şekilli oluk içinde komşu yüzün diğerini engellemesi ve böylece “*microfacet*”ın belli bir miktarının bakan tarafından görülmesi), gölgeleme (V-şekilli oluk içinde komşu yüzün diğerini engellemesi ve böylece “*microfacet*”ın belli bir miktarının ışık alabilmesi) ve ışık ışınlarının komşu yüzeyler arasında sekmesi (*interreflection*) etkilerini de hesaba almaktadır. Model şu şekilde formülize edilebilir;

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = f_r^1(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) + f_r^2(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) \quad (3.18)$$

Buradaki ilk bileşen (f_r^1) “*microfacet*”ların dağılımının, Gaussian dağılımı ile modellenmesi ile bulunmuştur. İzotropik materyal kabulü yapıldığı için, Gaussian dağılımında tek parametre yeterlidir. Bu bileşen gölgeleme ve maskeleme etkilerinin hesaba alındığı bileşendir. Sonuç olarak bu bileşen şöyle formülize edilebilir;

$$f_r^1(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = \frac{k_d}{\pi} \left[C_1(\sigma) + \cos(\phi_r - \phi_i) C_2(\alpha; \beta; \phi_r - \phi_i; \sigma) \tan \beta + \right. \\ \left. (1 - |\cos(\phi_r - \phi_i)|) C_3(\alpha; \beta; \sigma) \tan\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \right] \quad (3.19)$$

Buradaki katsayılar ise şöyledir;

$$\alpha = \text{Max}[\theta_r, \theta_i] \quad (3.20)$$

$$\beta = \text{Min}[\theta_r, \theta_i]$$

$$C_1 = 1 - 0.5 \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0.33}$$

$$C_2 = \begin{cases} 0.45 \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0.09} \sin \alpha & \text{if } \cos(\phi_r - \phi_i) \geq 0 \\ 0.45 \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0.09} \left(\sin \alpha - \left(\frac{2\beta}{\pi} \right)^3 \right) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.21)$$

$$C_3 = 0.125 \left(\frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0.09} \right) \left(\frac{4\alpha\beta}{\pi^2} \right)^2$$

Buradaki k_d “diffuse” yansımaya katsayısıdır. σ değeri ise yön açısının standart sapmasıdır (Pharr and Humphreys, 2004). Bir başka deyişle yüzeyin pürüzlülük katsayısıdır (Oren and Nayar, 1994).

Oren-Nayar BRDF modelindeki ikinci bileşen (f_r^2) ise “interreflection” etkisini hesaba alan bileşendir. “Interreflection” terimi şöyle açıklanabilir; ışığın belli bir kısmının yüzeyin içine işlenmesi sonucu yüzeyi terk edene kadar yüzey elemanlarına çarparak hareket eder. Bu

çarparak hareket etme esnasında materyal ışıklandırılmış olur. Oren-Nayar BRDF modeli bu davranışı şu denklem ile formülize etmiştir;

$$f_r^2(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = 0.17 \frac{k_d^2}{\pi} \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0.13} \left[1 - \cos(\phi_r - \phi_i) \left(\frac{2\beta}{\pi} \right)^2 \right] \quad (3.22)$$

Buradaki değişkenlerin anlamları Eşitlik 3.19'dekiler ile aynıdır.

Oren ve Nayar (1994) sundukları modelin daha az hesaplamasal maliyete sahip olan bir tahminlemesini de sunmuşlardır. Sundukları bu tahminleme BRDF modeli, orijinal formüle (Bkz. Eşitlik 3.18) göre daha az hassastır. Bu tahmini modelde, orijinal modele göre “*interreflection*” etkisi yoktur. Ayrıca C_3 terimi de çıkarılmıştır. Sonuç model şöyledir;

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = \frac{k_d}{\pi} (A + B \text{Max}[0, \cos(\phi_r - \phi_i)]) \sin \alpha \tan \beta \quad (3.23)$$

Bu modeldeki katsayılar ise şöyledir;

$$A = 1.0 - 0.5 \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0.33} \quad (3.24)$$

$$B = 0.45 \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0.09}$$

Diğer katsayıların ve değişkenlerin anlamları ise orijinal formüldekiler (Bkz. Eşitlik 3.18) ile aynıdır. α ve β terimlerinin karşılığı ise Eşitlik 3.20'de bulunabilir.

Oren-Nayar BRDF modelinin en bilinen ve en çok kullanılan hali Eşitlik 3.23'de mevcut olan tahminleme formülüdür. Ayrıca Oren-Nayar BRDF modelinde yüzey pürüzlülük katsayısı (σ) sıfıra eşit olduğunda, Oren-Nayar BRDF modeli Lambertian BRDF modeline dönüşmektedir.

3.2.2 Torrance-Sparrow BRDF modeli

Torrance ve Sparrow (1967) tarafından sunulan fiziksel tabanlı BRDF modeli, bilgisayar grafiklerindeki ilk “*microfacet*” tabanlı modellerden biridir. Onlar yüzeyin simetrik V-şekilli oluk şekline sahip “*microfacet*”lardan meydana geldiğini varsaymaktadırlar (Torrance and Sparrow, 1967). “*Microfacet*”ların birleşik dağılımı ise Gaussian dağılım fonksiyonu ile tanımlanmaktadır. Bu dağılımı biraz açar isek; ışığın “*specular*” olarak yansıtılması ancak ve ancak lokal normal vektörü yarım vektörü (H) yönünde olan “*microfacet*”ların sayesinde olmaktadır. “*Microfacet*”ların dağılım fonksiyonu, “*microfacet*”ların bu yönü gösterenlerinin miktarının dağılım fonksiyonudur (Blinn, 1977).

Torrance-Sparrow BRDF modeli izotropik materyaller için şu şekilde formülize edilebilir;

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = \frac{k_d}{\pi} + k_s \frac{DG}{4(N \cdot L)(N \cdot V)} \text{Frensel}(F_0, V \cdot H) \quad (3.25)$$

Burada k_d “*diffuse*” yankı katsayısıdır, k_s “*specular*” yankı katsayısıdır, N normal vektördür, L gelen ışık vektörüdür, V giden ışık (bakış) vektörüdür, H yarım vektörüdür. D değeri “*microfacet*” dağılım fonksiyonudur ve Torrance-Sparrow modeli için bu basit Gaussian dağılımıdır. Bu dağılım fonksiyonu formülize edilirse;

$$D = \frac{1}{\pi m^2} \exp\left(-\frac{\theta^2}{m^2}\right) \quad (3.26)$$

Burada θ değeri normalleştirilmiş yarım vektörünün (H) yükseltme (*elevation*) açısıdır, m değeri ise yüzey eğiminin standart sapmasıdır (RMS).

Torrance-Sparrow modelinde kullanılan G terimi, “*Geometrik*

Azaltma Faktörü” (*GAF*)’dür. 0 (sıfır) ile 1 (bir) arasında değer alır. Yüzeyin simetrik V-şekilli oluklardan (*microfacet*) oluştuğu kabulüyle, ışığın “*microfacet*”ler ile etkileşimi sonucu maskeleme ve gölgelemeden dolayı ne kadarlık bir oranının yansıtıldığını hesaplar. Maskeleme durumu ışığın “*microfacet*”ın bir yüzeyi tarafından yansıtıldıktan sonra, yansıtılan kısmın diğer “*microfacet*”lar tarafından engellenmesi durumudur. Gölgeleme durumu ise, ışığın “*microfacet*”ın yüzeyine gelmeden önce diğer “*microfacet*”lar tarafından engellenmesi durumudur. *G* değerinin belirlenmesinde ele alınan üçüncü bir durum ise, ışığın geldiği şekilde engellenmeden yansıtılması ve yine yansıtılan miktarın engellenmeden yüzeyden ayrılması durumudur. *Geometrik Azaltma Faktörü* şu şekilde belirlenir;

$$\text{maskeleme} = \frac{2(N \cdot H)(N \cdot V)}{(V \cdot H)}$$

$$\text{gölgeleme} = \frac{2(N \cdot H)(N \cdot L)}{(V \cdot H)} \quad (3.27)$$

$$G = \min\{1, \text{maskeleme}, \text{gölgeleme}\}$$

Torrance-Sparrow modelinde kullanılan *Fresnel* terimi (‘Frenel’ diye okunur) ise bir “*microfacet*”a gelen ışığın ne kadarının yansıtılıp ne kadarının absorbe edildiğini belirler (Blinn, 1977). Bir başka deyişle, yansıtılan ışığın miktarını oran olarak verir. Fresnel teriminin formülü için Schlick (1994) tarafından önerilen tahminleme formülü kullanılabilir (Bkz. Eşitlik 3.16). Zira daha önce de değinildiği üzere bu formülü kullanmak esas formülü kullanmaya göre nümerik açıdan önemli bir kayba yol açmamaktadır ve ayrıca hesaplamasal olarak daha avantajlıdır (Nygan et al., 2005; Schlick, 1994).

Torrance-Sparrow BRDF modeli metalik ve ametalik yüzeyler için

oldukça iyi sonuçlar vermektedir (Torrance and Sparrow, 1967). Ayrıca bu model, Cook-Torrance BRDF modeli ile hem görüntüsel olarak hem sayısal sonuçlar olarak hemen hemen aynı performansı sergilemektedir (Nygan et al., 2005).

3.2.3 Cook-Torrance BRDF modeli

Cook ve Torrance (1981) tarafından sunulan fiziksel tabanlı BRDF modeli bilgisayar grafiklerindeki en popüler BRDF modellerinden biridir. Bu model Torrance-Sparrow BRDF modelinin bir değişikliğidir (*modification*) (Matusik, 2003). Cook-Torrance BRDF modeli, fiziksel olarak memnun edici sonuçlar üretir. Yani model karşılıklı olmayı sağlar ve enerjinin korunumunu garanti eder. Buradaki yapılan kabuller Torrance-Sparrow BRDF modeli ile hemen hemen aynıdır. Yüzeyin simetrik V-şekilli oluklardan (*microfacet*) meydana geldiği farz edilmektedir. Burada da model geometrik azaltma faktörüne (G) sahiptir. Dolayısıyla model, gölgeleme ve maskeleye terimlerini hesaba alır. Ayrıca modelde Fresnel davranışı da hesaba alınır (ancak polarizasyon hesaba alınmaz). Böylece model “*grazing*” açılarında “*specularity*”nin artması durumunu hesaba almış olur. Ancak model ışığın “*microfacet*”lar arasında birden çok kez çarpışmasını hesaba almaz (Matusik, 2003). Cook-Torrance BRDF modeli izotropik materyaller için şu şekilde formülize edilebilir;

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = \frac{k_d}{\pi} + \frac{k_s}{\pi} \frac{DG}{(N \cdot L)(N \cdot V)} \text{Fresnel}(F_0, V \cdot H) \quad (3.28)$$

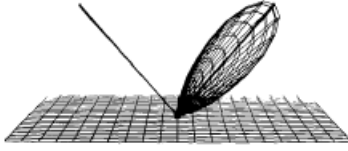
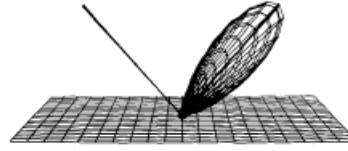
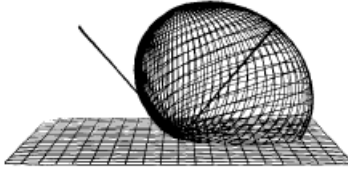
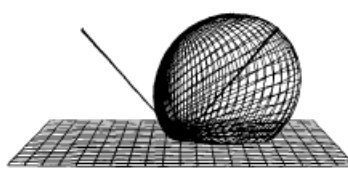
Burada k_d “*diffuse*” yansıma katsayısıdır, k_s “*specular*” yansıma katsayısıdır, G geometrik azaltma faktörüdür ve Eşitlik 3.27’deki gibi hesaplanır. Fresnel formülü içinse daha önce değinildiği gibi Schlick (1994)’in tahminleme formülü kullanılabilir (Bkz. Eşitlik 3.16).

Tahminleme olmayan hali Cook ve Torrance (1981)'in çalışması içinde bulunabilir. Eşitlik 3.28'de kullanılan F_0 terimi ışığın yüzeye dik gelmesi durumundaki yansıma değeridir. N normal vektördür, L gelen ışık vektörüdür, V giden ışık (bakış) vektörüdür, H normalleştirilmiş yarım vektörüdür.

Cook-Torrance BRDF modeli “*microfacet*”ların yönlerinin dağılımı (D) için Beckmann dağılım fonksiyonunu kullanmaktadır. “*Microfacet*” eğimi dağılımı fonksiyonu (D), yarım vektörün (H) yönünde olan “*microfacet*”ların oranını verir (Cook and Torrance, 1981), ve şu şekilde formülize edilebilir;

$$D = \frac{1}{m^2 \cos^4 \delta} \exp\left[-(\tan \delta / m)^2\right] \quad (3.29)$$

Burada m değeri “*microfacet*”ların RMS eğimine eşittir. m değerinin küçük değerler alması oldukça “*specular*” materyalleri sunarken, büyük değerler alması oldukça pürüzlü ve “*diffuse*” materyallerin sunulmasını sağlar. δ değeri normal vektör (N) ve yarım vektörü (H) arasındaki açıya eşittir. Şekil 3.3'de görüleceği üzere, Beckmann dağılımı ile Torrance-Sparrow BRDF modelinde “*microfacet*”ların dağılımı için kullanılan Gaussian dağılımı şekil olarak birbirine çok benzemektedir. Ancak Beckmann dağılımı Gaussian dağılımdaki gibi keyfi bir sabite ihtiyaç duymaz ve bu haliyle normalleştirilmiştir. Yani enerjinin korunumunu garanti eder. Torrance-Sparrow BRDF modelinde, keyfi sabit yerine, bu tezdeki çalışmada Ramamoorthi ve Hanrahan (2001)'in çalışmalarında kullandıkları gibi $1 / (\pi m^2)$ terimini normalizasyonu sağlamak için kullanılmıştır ve Torrance-Sparrow BRDF modelinin bu haliyle kullanımında herhangi bir sorunla karşılaşılmamıştır. Nygan et al. (2005)'in da değindiği üzere Cook-Torrance BRDF modelinde farklı “*microfacet*” dağılım fonksiyonları kullanmak hem nümerik olarak hem

Figure 3a. Beckmann distribution for $m=0.2$.Figure 3b. Gaussian distribution for $m=0.2$.Figure 3c. Beckmann distribution for $m=0.6$.Figure 3d. Gaussian distribution for $m=0.6$.

Şekil 3.3 (a) $m=0.2$ için Beckmann dağılımı, (b) $m=0.2$ için Gaussian dağılımı, (c) $m=0.6$ için Beckmann dağılımı, (d) $m=0.6$ için Gaussian dağılımı (Cook and Torrance 'dan 1981)

de görüntüsel olarak hemen hemen aynı sonuçlara yol açmaktadır. Cook-Torrance BRDF modeli ve Torrance-Sparrow BRDF modellerinin yalnızca kullanılan “*microfacet*” dağılım fonksiyonları açısından farklı olduğu düşünülürse, bu iki model birbiri ile çok benzerdir denebilir.

Cook-Torrance BRDF modeli de Lafortune BRDF modelinde olduğu gibi birden çok “*specular*” loplu kullanılabilir. Bu durum için Cook-Torrance BRDF modeli formülize edilirse;

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = \frac{k_d}{\pi} + \sum_{j=1}^S \frac{k_s^j}{\pi} \frac{D^j G}{(N \cdot L)(N \cdot V)} \text{Fresnel}(F_0^j, V \cdot H) \quad (3.30)$$

Buradaki bütün parametreler ve anlamları Eşitlik 3.28’dekiler ile aynıdır. S değeri kullanılan toplam “*specular*” lop adedidir. Nygan et al. (2005)’in değindiği üzere birden çok “*specular*” lop kullanmak Cook-Torrance BRDF modeli için hem görüntüsel hem nümerik olarak performansı

arttırıcı bir durumdur. Ancak ikiden fazla lop kullanmayı da, güvenilir sonuçlar üretmediğinden dolayı Nygan et al. (2005) tavsiye etmemektedir.

Cook-Torrance BRDF modeli materyal ile ışığın fiziksel etkileşimine dayandığı için, Phong BRDF modeli ve Lambertian BRDF modeline göre daha çok çeşit malzeme sunulabilir (Lawrence, 2006). Ancak bu modellere göre hesaplamasal olarak daha karmaşıktır (Lawrence, 2006).

Cook-Torrance BRDF modeli yalnızca izotropik materyaller için mevcuttur. Bir diğer dezavantajı ise Monte Carlo algoritmaları için modelin örneklemesinin mevcut olmamasıdır. Ancak bunun için Lawrence et al. (2004) tarafından bir çözüm önerilmektedir. Ayrıca, Cook-Torrance BRDF modeli ışığın dalga boyundan daha büyük olan ölçeklerdeki durumları hesaba alır ve bu bakış açısı dağılım ve kırınım gibi etkileri yok farz eder (Lawrence, 2006). He et al. (1991)'un sunmuş olduğu diğer bir fiziksel tabanlı BRDF modeli bu tip davranışları hesaba almaktadır ancak onun oldukça karmaşık oluşu birçok platformda kullanımını önlemektedir.

4 RENDERING

“*Rendering*” üç boyutlu (3D) görünüm tanımlaması ile iki boyutlu (2D) görüntü elde etme sürecidir (Pharr and Humphreys, 2004). “*Rendering*” algoritmaları girdi olarak görünüm içindeki şekillerin üç boyutlu geometrisinin bilgisayar modellerini alır, ışıklandırma kaynaklarını alır, materyal veya görünüm modellerini alır ve bu belirtilenlere göre spesifik bir bakış noktasından görünümün bir görüntüsünü hesaplar (Lawrence, 2006). Tabii ki bu çok geniş bir konudur ve “*rendering*” algoritmaları üzerine uzun zamandır oldukça yoğun araştırmalar yapılmaktadır. Genel olarak bakılırsa “*rendering*” algoritmaları iki gruba ayrılmaktadır; *interaktif “rendering” algoritmaları* ve *fiziksel tabanlı “rendering” algoritmaları*. *İnteraktif “rendering”* gerçekçiliği yüksek performansa ve düşük gecikme süresine değişir (Pharr and Humphreys, 2004). *İnteraktif “rendering”*e *fotogerçekçi olmayan “rendering”* de denir. Diğer yandan *fiziksel tabanlı “rendering”*de ise genellikle gerçekçilik ana hedeftir (Pharr and Humphreys, 2004).

4.1 İnteraktif Rendering

İnteraktif “*rendering*” algoritmaları gerçek zamanlı “*frame*” hızında (örneğin ≥ 20 Hz) görüntüleri hesaplamak için dizayn edilirler (Lawrence, 2006). Bu “*rendering*” algoritmaları video oyunları gibi, sanal gerçeklik simülasyonları gibi ve interaktif veri görüntülemeleri gibi uygulamalarda uygundur (Lawrence, 2006). Ancak bir görüntüyü 30^{-1} saniye gibi bir sürede oluşturmaya çalışmak tabii ki gerçeklik konusunda da oldukça fazla bir şekilde ödün verilmesine neden olmaktadır. Bu algoritmalar tipik olarak bölgesel ışıklandırma etkilerini hesaba almaktadırlar. Yani; nokta ışık kaynağından çıkan ışık yüzeyden yansır

ve kameraya doğru ilerler. Genel olarak bu durum şu şekilde formülize edilebilir;

$$L_r(\theta_r, \phi_r) = L_e(\theta_r, \phi_r) + \sum_{j=1}^S f_r(\theta_i^j, \phi_i^j, \theta_r, \phi_r) L_i^j(\theta_i^j, \phi_i^j) \cos \theta_i^j \quad (4.1)$$

Burada L_r değeri yüzeyden yansıtılan ışımadır. L_e değeri ise yüzeyin yaydığı ışıma değeridir. L_i değeri S adet ışık kaynağının herhangi birinin ışıma değeridir ve bu değer kosinüs terimi ile çarpılarak yüzeye gelen parlama değerine çevrilmiş olunur. Birden çok ışık kaynağı olması durumunda yüzeyden yansıyan toplam ışıma her bir ışık kaynağının yüzeyden yansımaları ile oluşan ışıma değerlerinin toplamına eşittir.

Eşitlik 4.1'in hesaplamasal karmaşıklığı görünüm geometrisi ile ışık kaynağı adedi ile görünüm içindeki her BRDF'in hesaplamasal maliyeti ile doğru orantılıdır. Özelleştirilmiş grafik donanımı ile interaktif hız içinde bu her ne kadar başarılı olsa bile, birçok görüntüsel efekttten ödün verilmiş olunur (Lawrence, 2006). Ayrıca grafik donanımı sınırlı bir belleğe sahiptir (~512 MB), bu bellek içine hem görünüm geometrisi hem ışıklandırma modelleri hem BRDF'ler yerleştirilmek zorundadır (Lawrence, 2006). Dolayısıyla ölçülmüş BRDF verilerini interaktif “*rendering*” içinde kullanmadan önce sıkıştırarak sunabilmek yine önemli bir konu haline gelmiştir (Lawrence, 2006).

4.2 Fiziksel Tabanlı Rendering

Fiziksel tabanlı “*rendering*” algoritmaları gerçekliği simüle etmeye çalışırlar. Bunu, ışık ve maddenin etkileşimini fiziğin prensiplerini kullanarak modelleme ile başarırlar (Pharr and Humphreys, 2004). Fiziksel tabanlı rendering algoritmaları *global ışıklandırma “rendering” algoritmaları* olarak da bilinir.

Önemli görüntüsel etkileri elde edebilmek için, bu “*rendering*” algoritmaları ışığın yüzey elemanına çarpmadan önceki bütün seyahatini simüle ederler (Lawrence, 2006). Sonuç olarak, bu algoritmalar her görüntü pikseline gelen bütün ışınların ışımaya değerlerini hesaplamakla ilgilidirler (Lawrence, 2006). Işığın karşılıklı olma özelliğinden dolayı, bu durum tam tersine çevrilebilir. Yansıtılan yön bilinmemektedir ancak yansıtılan ışımaya değeri bilinmemektedir (Matusik, 2003). Yansıtılan ışımaya değerini tahmin etmek için gelen ışımaya değerinin bütün yönler için tahminlenmesi gerekir ve bu sayede BRDF ile integrasyon alınarak yansıtılan ışımaya değeri hesaplanmış olur. Bu durum formülize edilirse;

$$L_r(\theta_r, \phi_r) = L_e(\theta_r, \phi_r) + \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) L_i(\theta_i, \phi_i) \cos \theta_i \sin \theta_i d\theta_i d\phi_i \quad (4.2)$$

Burada L_r değeri yüzeyden yansıtılan ışımadır. L_e değeri ise yüzeyin yaydığı ışımaya değeridir. L_i değeri (θ_i, ϕ_i) yönünden yüzeye gelen ışımaya değeridir. Opak yüzey kabulü ile integral yüzeyin üst yarım küresi boyunca hesaplanır.

Eşitlik 4.2’ye *ikinci çeşit Fredholm eşitlikleri* adı verilir (Lawrence, 2006). Bu eşitliklerin analitik çözümleri ne yazık ki mevcut değildir, dolayısıyla nümerik metotlar ile bu eşitliğin değerinin tahminlemesinin yapılması gerekmektedir. L_r ’nin değerinin doğru ve etkin bir şekilde bulunabilmesi için etkin nümerik integrasyon metotları üzerine birçok araştırma yapılmaktadır. Örneğin, yarımküre binlerce bölgeye ayrılabilir ve bu bölgelerin her birinden bir ışın gönderilebilir. Ancak bu yöntem oldukça maliyetlidir. *Monte Carlo nümerik integrasyon metotları* bu probleme bir çözüm getirir (Pharr and Humphreys, 2004). Bu yöntemler rastgeleliği kullanarak belli bir yakınsama oranı ile integralleri hesaplarlar. Bu yöntemlerin bir diğer avantajı ise birden çok boyutlu integrallerde de etkin olarak çalışmalarıdır. Örneğin *Trapezoidal* integral

alma yöntemi ve *Gaussian quadrature* integral alma yöntemi düşük boyutlarda oldukça etkin olmalarına rağmen, birden çok boyut içermesi durumunda bu yöntemlerin yakınsama oranı ve etkinlikleri oldukça gerilerde kalır. Ayrıca bu yöntemler kesikli integrallerde de –ki “*rendering*” de oldukça kullanılır- kötü bir performans ortaya koymaktadırlar.

Monte Carlo integrasyon metodu esas olarak integralin değerini tahmin etmek için şans örneklemesini (*random sampling*) kullanır (Pharr and Humphreys, 2004). Bu metodun en kullanışlı özelliklerinden biri integralin değerinin tahminlenmesi için bölge üzerinde keyfi noktalarda integrallenenin (*integrand*) hesaplanabilmesidir (Pharr and Humphreys, 2004). Bu durum Monte Carlo integrasyon metodunu hem uygulaması kolay hem kesikli integraller gibi birçok çeşit integrallenen (integrali alınan fonksiyon) de uygulanabilir yapar (Pharr and Humphreys, 2004).

Monte Carlo integrasyon metodunun ana dezavantajı ise; eğer integrali tahmin etmek için n adet örnek kullanılacak ise, bu durumda algoritmanın doğru sonuca yakınsama oranı $O(n^{-1/2})$ olur (Pharr and Humphreys, 2004). Üretilen görüntülerde, Monte Carlo integrasyonu ile yapılan örnekleme sonucu oluşan kusurlar kendini gürültü olarak göstermektedir. Yani pikseller ya gereğinden fazla parlaktır veya gereğinden fazla koyudur. Monte Carlo integrasyon metodu üzerine yapılan hemen hemen bütün çalışmalar çok az örnek ile en düşük hatayı, yani gürültüyü, elde etme üzerinedir (Pharr and Humphreys, 2004).

Monte Carlo integrasyon metodunun iyi anlaşılabilmesi için bazı olasılık terimlerinin tanımlarına ihtiyaç duyulmaktadır. Bir sonraki bölümde temel olasılık terimlerinin tanımları ele alınacaktır. Daha sonra da bu tanımlardan yararlanılarak Monte Carlo integrasyonu ayrıntılı bir şekilde ele alınacaktır.

4.2.1 Olasılık tanımları

Bir *rastgele değişken* X , bir rastgele süreçten seçilen bir değerdir. Rastgele değişkenler kesikli veya devamlı bir bölgeden seçilebilirler. Tanımlar içinde bu değer büyük harfler ile sembolize edilecektir. Ancak bazı Yunan sembolleri yine küçük kalacaktır.

Özellikle önemli görülen bir rastgele değişken *standart tekdüze (uniform) şans değişkenidir*. Bu değişken ξ ile sembolize edilmektedir. Bu özel değişken iki nedenden dolayı önemlidir. Birincisi, bu değeri yazılım ile üretmek çok kolaydır. İkincisi, *standart tekdüze şans değişkeni* ile başlayarak ve bu değişkene bazı transformasyonlar uygulayarak herhangi bir dağılımdan örnekler üretmek mümkündür (Pharr and Humphreys, 2004).

Olasılık yoğunluk fonksiyonu (PDF), bir değere sahip olan rastgele değişkenin o değeri alma olasılığını tanımlar. PDF'ler kesinlikle negatif olmamalıdır ve her zaman onların tanım aralığı içinde integral değerleri 1 (bir) olmalıdır. Tanım aralığı içinde bulunan $[a, b]$ aralığı için, PDF, rastgele bir değişkenin bu aralık içinde olma olasılığını verebilir (Pharr and Humphreys, 2004);

$$P(x \in [a, b]) = \int_a^b p(x) dx \quad (4.3)$$

Kümülatif dağılım fonksiyonu (CDF), bir değere sahip olan bir rastgele değişkenin, sahip olduğu değere eşit veya az olanlarının olasılıklarının toplamını verir;

$$P(x) = Pr\{X \leq x\} \quad (4.4)$$

PDF ile CDF arasında türev integral ilişkisi vardır. Yani rastgele bir değişkenin CDF'inin türevi o değişkenin PDF'ini verir.

$$p(x) = \frac{dP(x)}{dx} \quad (4.5)$$

Fonksiyon f 'nin *beklenen değeri* ise, onun tanımlı olduğu aralık üzerinde, alabileceği değerlerinin dağılımı ($p(x)$) üzerindeki ortalama değeridir.

$$E_p[f(x)] = \int_a^b f(x)p(x)dx \quad (4.6)$$

Monte Carlo integrasyon yöntemi herhangi bir integralin beklenen değerini hesaplamaktadır, dolayısıyla bu terim önemlidir.

Bir fonksiyonun *varyansı* ise, fonksiyonun beklenen değerinden beklenen sapmasına eşittir. Varyans terimi, Monte Carlo integrasyon yöntemi ile tahmin edilen değerlerin hatasını nitelendirmek için kullanılan temel bir terimdir (Pharr and Humphreys, 2004). Bir fonksiyonun varyansı şu şekilde tanımlanır;

$$V[f(x)] = E[(f(x) - E[f(x)])^2] \quad (4.7)$$

Beklenen değer ve varyans üç tane çok önemli özelliğe sahiptir;

$$E[af(x)] = aE[f(x)]$$

$$E\left[\sum_i f(X_i)\right] = \sum_i E[f(X_i)] \quad (4.8)$$

$$V[af(x)] = a^2 V[f(x)]$$

Bu özelliklere göre varyans çok daha kolay bir şekilde sunulabilir;

$$V[f(x)] = E[(f(x))^2] - E[f(x)]^2 \quad (4.9)$$

4.2.2 Monte Carlo integrasyonu

Aşağıdaki gibi bir boyutlu integralin değeri hesaplanmak istensin;

$$Integral = \int_a^b f(x)dx \quad (4.10)$$

Eğer rastgele değişken X_i , bir PDF'e göre belirlenecek ise, bu durumda Monte Carlo tahminleyicisi der ki $Integral$ 'in tahminleyicisi şu şekilde formülize edilebilir;

$$F_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{f(X_i)}{p(X_i)} \quad (4.11)$$

Dolayısıyla bu formül integrali tayin etmek için kullanılabilir. Buradaki tek sınırlama şudur; $p(x)$ mutlaka $|f(x)| > 0$ olduğu bölgede negatif olmamalıdır. Şu kolaylıkla görülebilir ki, bu tahminleyicinin beklenen değeri f 'nin bulunması istenen integralini verir (Pharr and Humphreys, 2004).

$$\begin{aligned} E[F_N] &= E\left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{f(X_i)}{p(X_i)}\right] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \int_a^b \frac{f(x)}{p(x)} p(x) dx \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx \end{aligned} \quad (4.12)$$

Ayrıca tahminleyici F_N 'in varyansı şu şekilde hesaplanabilir;

$$Var[F_N] = Var\left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{f(X_i)}{p(X_i)}\right] = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N Var\left[\frac{f(X_i)}{p(X_i)}\right] = \frac{1}{N} Var\left[\frac{f(X)}{p(X)}\right] \quad (4.13)$$

“Rendering” esnasında yüksek varyans gürültülü görüntülerin oluşmasına yol açar. Dolayısıyla görüntüyü düşük gürültülü yapmak için varyansı düşürmek gereklidir. Bu durum Eşitlik 4.13'den de anlaşılacağı üzere ya

örnek (*sample*) adedini (N) arttırarak başarılır veya yoğunluk fonksiyonu $p(x)$ 'i integrali alınan $f(x)$ 'e yakın olacak şekilde belirleyerek başarılır (Matusik, 2003). Örnek adedini (N) arttırmak algoritmanın çalışma süresini arttırdığından $p(x)$ fonksiyonunu uygun bir şekilde belirlemek oldukça araştırılan bir konu haline gelmiştir.

Monte Carlo integrasyonunun etkinliğini arttıracak yöntemlerden biri *önem örneklemesidir* (*importance sampling*). Bu yöntem bir *varyans düşürme tekniğidir*. Bu yöntemle göre öyle bir örnekleme dağılımı seçilmelidir ki, integrali alınan fonksiyona şekil olarak benzemelidir. Bu tekniğin *önem örneklemesi* olarak adlandırılma nedeni örneklerin fonksiyonun bölgesinin en “önemli” bölümlerinden alınıyor olmasıdır -ki buralarda fonksiyonun değeri diğer yerlere göre oldukça yüksektir (Pharr and Humphreys, 2004). Bu sayede çok az bir adımla daha doğru bir şekilde integral tahminlenmiş olur. Örneğin Eşitlik 4.10 için kullanılacak en mükemmel olasılık dağılım fonksiyonu şu şekildedir;

$$p(x) = \frac{f(x)}{\int_a^b f(x)dx} \quad (4.14)$$

Eşitlik 4.10 için böyle bir olasılık dağılım fonksiyonu mükemmeldir, çünkü bu Monte Carlo tahminleyicisinin bir integral değerini vermesini sağlar. Bir başka deyişle varyansın sıfır (0) olmasına sebep olur. Ancak amaç zaten integralin değerini bulmak olduğundan içinde cevabı aranan integrali barındıran bir olasılık yoğunluk fonksiyonu kullanmak imkânsızdır. Dolayısıyla eğer $p(x)$ şekil olarak $f(x)$ 'e benzer olarak seçilirse varyans düşer (Pharr and Humphreys, 2004), önem örneklemesi amacına ulaşmış olur.

Önem örneklemesinde örnekleme dağılımını kötü bir şekilde seçmek tekdüze örneklemeden bile kötü sonuçlar alınmasına neden

olabilir. Ancak, önem örnekleme en çok kullanılan varyans düşürme tekniklerinden biridir (Pharr and Humphreys, 2004). Çünkü uygulanması kolaydır ve iyi bir örnekleme dağılımı kullanıldığında oldukça efektiftir.

Buraya kadar olan bölümde tek bir fonksiyonun integrasyonunun nasıl tahmin edileceğinden bahsedilmiştir (Bkz. Eşitlik 4.10). Ancak, aşağıdaki gibi bir durumla karşılaşıldığında ne yapılmalıdır?;

$$Integral = \int_a^b f(x)g(x)dx \quad (4.15)$$

Esasında böyle bir problem bilgisayar grafiklerinde oldukça fazla bir şekilde karşılaşılan bir durumdur. Çünkü Eşitlik 4.2'den de görüleceği üzere BRDF, kosinüs çarpanı ve gelen ışığın hepsi kendine özgü bir dağılıma sahiptir ve tüm bunların örnekleme yöntemlerinin ayrı ayrı ele alınıp daha sonra bu örnekleme yöntemlerinin en optimum bir şekilde kombine edilmesi gerekmektedir. Böyle durumlarda genellikle BRDF ve kosinüsün çarpımı için bir önem örnekleme yöntemi geliştirilir ve ışığın dağılımı için ayrı bir örnekleme yöntemi geliştirilir ve daha sonra bunlar kombine edilir. Tabi ki bu birleştirme işlemi çeşitli zorluklara sahiptir. Çünkü bir dağılım için çok iyi olan bir örnekleme yönü, diğeri için oldukça kötü sonuçlar verdirebilir.

Örneğin ışığın ışımmasının “*enviroment map*” ile tanımlandığı durumlar için etkin ışıklandırma örnekleme yöntemleri mevcuttur (Lawrence, 2006). Bu yöntemler özellikle “*diffuse*” ve yarı-parlak materyaller için etkin sonuçlar vermektedir. Ancak bu yöntemler parlak materyaller ve yavaşça değişen “*enviroment*”ler için iyi sonuçlar vermemektedir (Lawrence, 2006). Böyle durumlarda BRDF ve kosinüs teriminin çarpımına göre önem örnekleme yapmak tercih edilen bir yoldur (Lawrence, 2006).

Çoklu önem örnekleme (MIS) basit ve uygulanması kolay bir yöntem ile bu tip problemlere çözüm bulan bir tekniktir (Pharr and Humphreys, 2004). Bu yöntem de herhangi bir dağılımdan elde edilen örnek şayet diğer dağılıma uymazsa bu durum ağırlıklandırma ile giderilir. Eğer p_f ve p_g Eşitlik 4.15'deki f ve g fonksiyonlarının örnekleme dağılımları ise, bu durumda Eşitlik 4.15'deki integralin yeni Monte Carlo tahminleyicisi MIS sayesinde şöyle belirlenir;

$$FG_N = \frac{I}{n_f + n_g} \left(\sum_{i=1}^{n_f} \frac{f(X_i)g(X_i)w_f(X_i)}{p_f(X_i)} + \sum_{j=1}^{n_g} \frac{f(Y_j)g(Y_j)w_g(Y_j)}{p_g(Y_j)} \right) \quad (4.16)$$

Burada n_f , p_f dağılım metodundan alınan örnek adedidir, n_g , p_g dağılım metodundan alınan örnek adedidir, w_f ve w_g ise özel ağırlıklandırma fonksiyonlarıdır. Bu iki fonksiyon öyle bir şekilde seçilir ki Eşitlik 4.16'daki tahminleyicinin beklenen değeri Eşitlik 4.15'deki integralin değerini verir (Pharr and Humphreys, 2004).

Ağırlıklandırma fonksiyonları için iyi bir seçim “*balance heuristic*” dir;

$$w_s(x) = \frac{n_s p_s(x)}{\sum_i n_i p_i(x)} \quad (4.17)$$

“*Balance heuristic*”in örnekleri ağırlıklandırarak varyansı düşürmede iyi bir yöntem olduğu ispatlanmıştır (Pharr and Humphreys, 2004). Bu yöntem sayesinde daha önce değinilen bütün sıkıntılar ortadan kalkmaktadır. Böylece, bir yöntem için uymayan örnek uygun bir şekilde ağırlıklandırılarak varyansının düşük kalması sağlanır. Buna göre, Eşitlik 4.16 yeniden yazılırsa;

$$FG_N = \frac{I}{n_f + n_g} \left(\sum_{i=1}^{n_f} \frac{f(X_i)g(X_i)n_f}{n_f p_f(X_i) + n_g p_g(X_i)} + \sum_{j=1}^{n_g} \frac{f(Y_j)g(Y_j)n_g}{n_f p_f(Y_j) + n_g p_g(Y_j)} \right) \quad (4.18)$$

Pratikte “*power heuristic*” varyansı daha da fazla düşürmektedir (Pharr and Humphreys, 2004). β üs olmak üzere, “*power heuristic*” şöyle yazılmaktadır;

$$w_s(x) = \frac{(n_s p_s(x))^\beta}{\sum_i (n_i p_i(x))^\beta} \quad (4.19)$$

β için iki (2) değerinin alınması iyi sonuçlar vermektedir.

Monte Carlo integrasyon tahminleyicisinde bir diğer önemli konu ise rastgele örneklerin nasıl belirlendiğidir. Örnekler belirli bir olasılık dağılım fonksiyonuna ($p(x)$) göre belirlenirler. Transformasyon metodunda olasılık yoğunluk fonksiyonunun ($p(x)$) kümülâtif yoğunluk fonksiyonu ($P(x)$) öncelikle hesaplanır. Daha sonra $P(x)$ 'in tersi (P^{-1}) hesaplanır. Daha sonra bir adet standart tekdüze şans değişkeni (ξ), $[0,1]$ aralığında olmak üzere türetilir ve sonra $P^{-1}(\xi)$ değeri bulunur. Bu bulunan değer de $p(x)$ dağılımından örneklenir. Bu sayede pdf olarak en yüksek değerlere sahip olan bölgeler daha çok örneklenmiş olur ve böylece de Monte Carlo tahminleyicisi mümkün olduğunca çok az bir adımda, integralin değerini etkin bir şekilde tahmin etmiş olur. Diğer bir deyişle tekdüze dağılıma sahip olan bir değişken $p(x)$ dağılımına uyan diğer bir değişkene dönüştürülür ve örnek olarak kullanılır. Bir diğer örnekleme yöntemi ise reddetme (*rejection*) yöntemidir. Ayrıntıları Matusik (2003), Pharr ve Humphreys (2004) içinde bulunabilir. Birden fazla boyutlu dağılımlarda ise bir boyutludan başlanır ve koşullu olasılık dağılımlarıyla birden çok boyuta geçilir.

Eşitlik 4.2 için, Monte Carlo integrasyon tahminleyicisi genel olarak bilindiği haliyle yazılırsa;

$$L_r(\theta_r, \phi_r) = L_e(\theta_r, \phi_r) + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{f_r(\theta_i^j, \phi_i^j, \theta_r, \phi_r) L_i^j(\theta_i^j, \phi_i^j) \cos \theta_i^j}{p(\theta_i^j, \phi_i^j | \theta_r, \phi_r)} \quad (4.20)$$

Burada geliş ışına L_i için tekdüze dağılıma sahip olduğu kabulü yapılmaktadır ve olasılık dağılım fonksiyonunun BRDF ve kosinüs terimine göre belirlendiği kabulü yapılmaktadır (Matusik, 2003). Şayet L_i 'nin de kendi içinde bir dağılıma sahip olduğu düşünülseydi, bu durumda Eşitlik 4.20'nin, Eşitlik 4.18'deki gibi, Monte Carlo tahminleyicisinin *çoklu önem örneklemesine* göre yazılması gerekecekti. Ancak yalnız BRDF'in önem örneklemesi ile ilgilenildiği durumlarda Eşitlik 4.2'nin tahminleyicisi Eşitlik 4.20'deki gibi yazılır.

BRDF ve kosinüs teriminin çarpımına göre önem örnekleme yapma işlemi, BRDF'den elde edilen olasılık yoğunluk fonksiyonu (PDF) ve kümülâtif dağılım fonksiyonu (CDF) sayesinde olur. Lambertian BRDF modeli, Blinn-Phong BRDF modeli, Ward BRDF modeli, Ward-Duer BRDF modeli ve Lafortune BRDF modeli gibi pek çok analitik BRDF modelinin CDF'inin tersinin yaklaşık ifadeleri mevcuttur. Bu CDF'lerin terslerinin fonksiyonları, standart tekdüze şans değişkenlerini BRDF'in enerjisine göre dağılmış yeni bir şans değişkenine dönüştürür (Lawrence, 2006). Ve bu sayede de önem örnekleme yapılmış olur. Örneğin Lambertian BRDF modeli (Bkz. Eşitlik 3.1) ele alınırsa, standart tekdüze şans değişkenleri kullanılarak BRDF'in enerjisine göre belirlenen yeni değişkenler şöyledir;

$$\begin{aligned} \theta_i &= \arcsin(\sqrt{\xi_1}) \\ \phi_i &= 2\pi\xi_2 \end{aligned} \quad (4.21)$$

Burada ξ_1 ve ξ_2 değerleri standart tekdüze şans değişkenleridir. θ_i ve ϕ_i değerleri ile örnek yönü belirlenmiş olur. Bu örnek yönü için pdf değeri ise;

$$p(\theta_i, \phi_i | \theta_r, \phi_r) = \frac{\cos \theta_i}{\pi} \quad (4.22)$$

Eşitlik 4.21 ve Eşitlik 4.22'deki değerler Eşitlik 4.20'deki Monte Carlo tahminleyicisinin içinde herhangi bir örnek için kullanılır. Bu sayede Lambertian BRDF modelinin *önem örnekleme* gerçekleştirilmiş olur.

Anizotropik Ward BRDF modelinin (Bkz. Eşitlik 3.7) “*specular*” bileşeni için örnekleme yönü ise şu şekilde belirlenir;

$$\theta_h = \arctan \left(\sqrt{\frac{-\log \xi_1}{\cos^2 \phi_h / \alpha_x^2 + \sin^2 \phi_h / \alpha_y^2}} \right)$$

$$\phi_h = \arctan \left(\frac{\alpha_y}{\alpha_x} \tan(2\pi \xi_2) \right) \quad (4.23)$$

Burada ikinci ark tanjantı hesaplarken; ϕ_h ile $2\pi \xi_2$ 'nin birim çemberdeki aynı çeyrek daire bölgesinde kalmasını sağlamak gerekmektedir (Walter, 2005). (θ_h, ϕ_h) değerleri bu şekilde belirlendikten sonra, bu değerler vasıtasıyla yarım vektörü (H) belirlenir ve daha sonra gelen ışık vektörü (L) belirlenir;

$$H = [\sin \theta_h \cos \phi_h, \sin \theta_h \sin \phi_h, \cos \theta_h]$$

$$L = 2(V \cdot H)H - V \quad (4.24)$$

Bu işlem sayesinde artık örnek yönü (θ_i, ϕ_i) belirlenmiş olur. Bu örnek yönü için pdf değeri ise şöyle belirlenir;

$$p(\theta_i, \phi_i | \theta_r, \phi_r) = \frac{1}{4\pi \alpha_x \alpha_y (V \cdot H)(N \cdot H)^3} \exp \left[-\tan^2 \theta_h \left(\frac{\cos^2 \phi_h}{\alpha_x^2} + \frac{\sin^2 \phi_h}{\alpha_y^2} \right) \right] \quad (4.25)$$

Eşitlik 4.25'deki pdf ile Eşitlik 4.22'deki pdf uygun bir şekilde birleştirilerek Ward BRDF modelinin önem örnekleme kullanılmaktadır. Örnekleme yönleri de yine Eşitlik 4.23 ve Eşitlik 4.21'e göre belirlenmektedir. Bu örnekleme yönleri ve karşılık gelen pdf değerleri Eşitlik 4.20'deki Monte Carlo integrasyon tahminleyicisinde uygun bir şekilde birleştirilerek kullanılmaktadır.

Bazı analitik BRDF modellerinin, örneğin Cook-Torrance BRDF modeli, Torrance-Sparrow BRDF modeli gibi, önem örnekleme yöntemleri analitik olarak mevcut değildir. Çünkü bu BRDF modellerinden elde edilen CDF'ler terse çevrilebilir değildir. Lawrence et al. (2004) tarafından bu tip önem örnekleme yöntemine sahip olmayan analitik BRDF modelleri için ve ölçülmüş BRDF verisi için etkin bir önem örnekleme yöntemi sunulmuştur.

4.2.3 Pbrt

“*Physically Based Rendering Tool*“ (PBRT) ışın-izleme (*ray-tracing*) algoritmasına dayanan bir “*rendering*” sistemidir (Pharr and Humphreys, 2004). Işın-izleme algoritmaları sonsuz küçük ışık ışınlarının görünüm içindeki izledikleri yolu simüle ederler. PBRT, adından da anlaşılacağı üzere fiziksel tabanlı “*rendering*” (veya diğer ismiyle fotogerçekçi “*rendering*”)’de kullanılmaktadır. PBRT üç hedef doğrultusunda dizayn edilmiştir; eksiksiz olmalıdır, aydınlatıcı olmalıdır, fiziksel tabanlı olmalıdır (Pharr and Humphreys, 2004). İçinde birçok hazır algoritma olduğu gibi, kullanıcıların da kendi algoritmalarını yazabileceği bir platform sunar. Tez kapsamı boyunca analitik BRDF modellerinin fiziksel tabanlı olarak “*rendering*”inde PBRT kullanılmıştır. Şekil 4.1’de Lawrence et al. (2004)’in kendi çalışmasında kullandığı bir görüntünün PBRT ile yeniden sunumu görülmektedir.



Şekil 4.1 Lawrence et al. (2004)'un çalışmasında kullandığı görüntünün PBRT kullanılarak yeniden elde edilmiş görüntüsü

Görüntünün elde edilmesinde kullanılan modeller bire bir Lawrence et al. (2004)'un kendi çalışmasında kullandıkları ile aynıdır. Sadece tek fark bu görüntünün “*rendering*”inde PBRT'nin kullanılmış olmasıdır.

5 MODEL PARAMETRELERİNİN TAHMİN EDİLMESİ

Ölçülmüş BRDF verisini mevcut olan “*rendering*” algoritmalarının içine dâhil etmenin en bilinen yollarından biri, analitik BRDF modellerinin parametrelerini ölçülmüş BRDF verisine uydurmaktır (Lawrence, 2006). Gerçekte, Lafortune BRDF modeli, Ward BRDF modeli gibi analitik modeller ölçülmüş BRDF verisine uydurulmak amacıyla dizayn edilmişlerdir (Lawrence, 2006). Ancak genel olarak, analitik BRDF modelleri doğrusal parametrelere sahip oldukları gibi doğrusal olmayan parametrelere de sahip olmaktadır. Doğrusal olmayan parametrelerin tahminlenmesi de çeşitli zorluklara sahiptir. En önemlisi, doğrusal olmayan parametrelere sahip bir analitik BRDF modelinin parametrelerinin tahmininde global minimum garanti değildir. Ayrıca, ölçülmüş BRDF verisi ölçüm sırasındaki zorluklardan dolayı güvenilir olmayan veri içerebilir, yani gürültü içerebilir. Bütün bunlar göz önünde bulundurularak analitik BRDF modellerinin parametrelerinin ölçülmüş BRDF verisi üzerinden etkin ve doğru bir şekilde tahminlenmesi için çeşitli algoritmalar geliştirilmiştir ve kullanılmaktadır. Bu bölümde bu algoritmalar daha yakından incelenecektir.

5.1 En Küçük Kareler Metodu

Bir deneydeki her bir gözlem bir çift sayı olduğunda, sayılardan birini diğerinin yardımıyla tahmin etmeye çalışmak önemlidir (DeGroot and Schervish, 2002). *En küçük kareler*, gözlemlenen çiftlerin bir örneğini kullanarak, değişkenlerden birinin tahminleyicisini diğeri ile inşa eden bir metottur (DeGroot and Schervish, 2002). Böyle bir tahminleyiciyi oluşturmanın bir yolu gözlemlenen değerlere düz bir doğru uydurmaktır. En küçük kareler yöntemine göre, doğru öyle bir

şekilde çizilmelidir ki, bütün noktaların doğrudan dikey sapmalarının karelerinin toplamı minimum olmalıdır (DeGroot and Schervish, 2002). Örneğin birinci dereceden keyfi bir düz doğru ele alınırsa;

$$y = \beta_0 + \beta_1 x \quad (5.1)$$

Bu doğru denkleminde β_0 ve β_1 belirlenmesi gereken sabitlerdir. Doğrunun n adet noktaya uydurulacağı farz edilirse, bu durumda n adet noktanın dikey mesafelerinin karelerinin toplamı şöyle yazılabilir;

$$Q = \sum_{i=1}^n [y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_i)]^2 \quad (5.2)$$

En küçük kareler yöntemine göre β_0 ve β_1 'in değerleri öyle bir şekilde seçilmelidir ki Q 'nun değeri minimum olmalıdır (DeGroot and Schervish, 2002). Q 'nun değerini minimum yapan değerleri bulmak için öncelikle kısmi türevlerin alınması gerekir;

$$\frac{dQ}{d\beta_0} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) \quad (5.3)$$

$$\frac{dQ}{d\beta_1} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) x_i$$

Bu kısmi türevlerin her biri sıfıra (0) eşitlendiğinde aşağıdaki iki eşitliği elde etmiş oluruz;

$$\beta_0 n + \beta_1 \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i \quad (5.4)$$

$$\beta_0 \sum_{i=1}^n x_i + \beta_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i$$

Eşitlik 5.4, β_0 ve β_1 için *normal eşitlikler* olarak isimlendirilir (DeGroot

and Schervish, 2002). Q 'nun ikinci derece türevleri hesaba alındığında görülür ki β_0 ve β_1 'in normal eşitlikleri sağlayan değerleri Eşitlik 5.2'yi minimum yapacaktır. Bu değerler ile oluşturulan doğru denklemi de (Bkz. Eşitlik 5.1) *en küçük kareler doğrusu* olarak isimlendirilir. Buna göre, *normal eşitlikleri* (Bkz. Eşitlik 5.4) çözüldüğünde β_0 ve β_1 değerleri için olması gereken değerler şöyledir;

$$\beta_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n x_{ort} y_{ort}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n x_{ort}^2} \quad (5.5)$$

$$\beta_0 = y_{ort} - \beta_1 x_{ort}$$

Burada x_{ort} ve y_{ort} değerleri n değer için x ve y değerlerinin ortalamalarına eşittir.

Eşitlik 5.5 sayesinde birinci dereceden bir polinomun (düz doğru) doğrusal olan katsayıları bulunmuş olur. Eğer birinci dereceden bir polinom yerine k derecesine ($k \geq 2$) sahip bir polinom uydurulacaksa yöntem biraz farklı olur. Uydurmak istenilen polinom şöyle olsun;

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \beta_3 x^3 + \dots + \beta_k x^k \quad (5.6)$$

En küçük kareler yöntemine göre β_0, \dots, β_k değerleri öyle bir şekilde seçilmelidir ki, noktaların eğriden dikey sapmalarının karelerinin toplamı minimum olmalıdır. Yani;

$$Q = \sum_{i=1}^n [y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2 + \beta_3 x_i^3 + \dots + \beta_k x_i^k)]^2 \quad (5.7)$$

eşitliğini minimum yapacak sabitler seçilmelidir. Eğer Q 'nun $k+1$ adet kısmi türevi alınıp ve her biri sıfıra (0) eşitlenirse, $k+1$ adet doğrusal eşitlik elde edilmiş olunur ve bunların ortak çözümünden de $k+1$ adet

sabit belirlenebilir;

$$\begin{aligned}
 \beta_0 n + \beta_1 \sum_{i=1}^n x_i + \dots + \beta_k \sum_{i=1}^n x_i^k &= \sum_{i=1}^n y_i \\
 \beta_0 \sum_{i=1}^n x_i + \beta_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 + \dots + \beta_k \sum_{i=1}^n x_i^{k+1} &= \sum_{i=1}^n x_i y_i \\
 \vdots & \\
 \beta_0 \sum_{i=1}^n x_i^k + \beta_1 \sum_{i=1}^n x_i^{k+1} + \dots + \beta_k \sum_{i=1}^n x_i^{2k} &= \sum_{i=1}^n x_i^k y_i
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

Eşitlik 5.8'deki eşitliklere daha önceki gibi *normal eşitlikler* denir. Eğer sayet en az $k+1$ adet farklı değer n adet gözlem içinde mevcut ise bu durumda Eşitlik 5.8'in çözümü mevcuttur. Bu normal eşitliklerin ortak çözümünden gelen β_0, \dots, β_k değerleri Q 'nun değerini (Bkz. Eşitlik 5.7) minimum yapacaktır, ve bu değerlerden oluşturulan polinoma da *en küçük kareler polinomu* denir.

Buraya kadar anlatılan bölümde iki değişken arasında *en küçük kareler* yönteminin nasıl uygulandığına değinildi. Eğer bir değişkenin tahminleyicisi birden fazla değişkene bağlı olarak oluşturulmak isteniyorsa aşağıdaki gibi doğrusal bir fonksiyonun hesaba alınması gerekir;

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \dots + \beta_k x_k \tag{5.9}$$

Bu durumda da β_0, \dots, β_k değerleri *en küçük kareler* yöntemi ile belirlenir. Bu durumda minimumu aranan Q değeri şöyledir;

$$Q = \sum_{i=1}^n [y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \dots + \beta_k x_{ik})]^2 \tag{5.10}$$

$k+1$ adet *normal eşitlik* Q değerinin kısmi türevleri alınarak ve her biri sıfıra (0) eşitlenerek bulunur. Bu eşitlikler şöyledir;

$$\begin{aligned}
 & \beta_0 n + \beta_1 \sum_{i=1}^n x_{i1} + \dots + \beta_k \sum_{i=1}^n x_{ik} = \sum_{i=1}^n y_i \\
 & \beta_0 \sum_{i=1}^n x_{i1} + \beta_1 \sum_{i=1}^n x_{i1}^2 + \dots + \beta_k \sum_{i=1}^n x_{i1} x_{ik} = \sum_{i=1}^n x_{i1} y_i \\
 & \quad \bullet \qquad \qquad \qquad \bullet \\
 & \quad \bullet \qquad \qquad \qquad \bullet \\
 & \quad \bullet \qquad \qquad \qquad \bullet \\
 & \beta_0 \sum_{i=1}^n x_{ik} + \beta_1 \sum_{i=1}^n x_{ik} x_{i1} + \dots + \beta_k \sum_{i=1}^n x_{ik}^2 = \sum_{i=1}^n x_{ik} y_i
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

Eşitlik 5.11'in ortak çözümünden elde edilecek β_0, \dots, β_k değerleri Eşitlik 5.10'u minimum yapacaktır ve bu bulunan değerlerle oluşturulan fonksiyon (Bkz. Eşitlik 5.9) *en küçük kareler doğrusal fonksiyonu* olacaktır.

Şimdiye kadar en küçük kareler yöntemi ile tahmin etmeye çalışılan değerlerin hepsi (β_0, \dots, β_k) doğrusaldı. Dolayısıyla herhangi bir analitik BRDF modelinin doğrusal parametreleri bu şekilde bulunabilir. Parametrelerin doğrusal olmaması durumunda ise yine *en küçük kareler yöntemi* kullanılabilir ancak parametre değerleri bu durumda daha farklı bir şekilde bulunur. Bir sonraki bölümde bu amaçla kullanılan algoritmalar ele alınacaktır.

5.2 Doğrusal Olmayan Parametrelerin Tahmini

Analitik BRDF modellerinin doğrusal olmayan parametrelerinin tahmini için literatürde birkaç çeşit algoritma önerilmektedir. Lafortune et al. (1997), Heuberger ve Pasman (2005), ve Matusik (2003)'in bu

amaçla kullandığı ve en çok bilinen optimizasyon algoritması Levenberg-Marquardt (1963) algoritmasıdır. Levenberg-Marquardt algoritması doğrusal olmayan optimizasyon algoritmasıdır ve eğim (*gradient*) arama metodlarının sınıfı içinde yer almaktadır (Heuberger and Pasman, 2005). Levenberg-Marquardt algoritması, optimizasyonu Gauss-Newton metodu ile yapar. Gauss-Newton metodu doğrusal olmayan en küçük kareler probleminin çözümünü, doğrusal en küçük kareler problemlerinin bir serisi ile yer değiştirerek tahmin etmeye çalışır (Heuberger and Pasman, 2005). Algoritmanın çalışabilmesi için öncelikle doğrusal olmayan parametrelere başlangıç değerleri verilmelidir. Birçok Newton'dan çıkarsanan metot gibi, Gauss-Newton metodu da şayet minimumdan çok uzakta kalacak şekilde bir başlangıçla başlatılırsa doğru sonucu bulamaz. Ayrıca kalan yok farz edilebilir değil ise, metot yakınsamayabilir veya çok yavaş bir şekilde yakınsar (Heuberger and Pasman, 2005). Dolayısıyla algoritma lokal minimum sonucu verebilir. Levenberg-Marquardt algoritması *Gauss-Newton metodu* ile *Steepest Decent metodunun* ağırlıklandırılmış bir kombinasyonudur (Heuberger and Pasman, 2005). Bu algoritmanın pratikte çok sağlam (*robust*) olmasını sağlar ve dolayısıyla en çok bilinen algoritmalarından biridir.

Nygan et al. (2005) tarafından analitik BRDF modellerinin doğrusal olmayan parametrelerinin tahmini için kullanılan bir diğer algoritma ise *sınırlayıcı (constrained) doğrusal olmayan optimizasyon tekniğidir*. Kullanılan bu teknik *Sequential Quadratic Programming (SQP)* metoduna dayanmaktadır. SQP metoduna *sınırlayıcı yarı-Newton (quasi-Newton)* metodu da denir. SQP, her iterasyonda ikinci dereceden programlama (*quadratic programming*) (QP) alt problemini çözer. İkinci dereceden programlama (QP), doğrusal olarak sınırlandırılmış ikinci dereceden bir objektif fonksiyonun minimizasyonu veya maksimizasyonu ile ilgilenir.

Bu yöntemde de doğrusal olmayan parametrelere ilk tahmin değeri verilerek algoritma çalıştırılmaya başlanır. Ancak burada doğrusal olmayan parametreler için belli kısıtlar getirilebilir. Örneğin doğrusal olmayan parametrelerin belli bir aralık içinde kalması ve bu aralık içindeki minimumun veya maksimumun bulunması istenebilir. Bir başka deyişle, algoritma fonksiyonu minimum veya maksimum yapan doğrusal olmayan parametre değerini verilen bir aralık içinde arar. Bu algoritmanın daha sağlıklı sonuçlar vermesini sağlayan bir faktördür. Ancak, algoritma Newton'dan çıkarsandığı için, doğrusal olmayan parametreler şayet minimumdan çok uzakta kalacak şekilde bir başlangıçla başlatılırsa algoritma doğru sonucu bulamaz.

Analitik BRDF modellerinin doğrusal olmayan parametrelerinin ölçülmüş veri üzerinden tahmininde SQP'yi kullanmak daha avantajlıdır. Çünkü çoğunlukla analitik BRDF modellerinin doğrusal olmayan parametrelerinin belirli sınırlar içinde kalması gerekmektedir. Bu durum enerjinin korunumu için gerektiği gibi, fiziksel olarak memnun edici sonuçlar oluşmasına da yol açmaktadır. *Sınırlayıcı (constrained) doğrusal olmayan optimizasyon tekniği* sayesinde doğrusal olmayan parametreler için aralıklar daha kolaylıkla verilebileceğinden bu yöntem analitik BRDF modellerinin doğrusal olmayan parametrelerinin tahmini açısından daha avantajlıdır. Hem Levenberg-Marquardt, hem de SQP'nin MATLAB'ın standart kütüphanesi içinde uygulamaları mevcuttur. Tez kapsamı içinde doğrusal olmayan parametrelerin tahmini için SQP yöntemi kullanılmıştır.

Sonuç olarak doğrusal olmayan optimizasyon esas olarak global minimumu garanti etmemek gibi bir probleme sahiptir ve bu hangi yöntem kullanılırsa kullanılsın doğrusal olmayan optimizasyonun esas problemidir.

5.3 Objektif Fonksiyonun Seçimi

Analitik BRDF modellerinin parametrelerini ölçülmüş BRDF verisi üzerinden tahmin ederken objektif fonksiyonu etkin olarak belirlemek çok önemlidir. Ölçülmüş BRDF verisi ölçüm esnasındaki bir takım yetersizliklerden dolayı gürültü içerebilir. Özellikle “*grazing*” açılarında ölçüm değerleri güvenilir değildir. Objektif fonksiyonu etkin olarak belirlemek hem doğrusal olan hem de doğrusal olmayan parametrelerin tahmininde daha etkin sonuçlar alınmasını sağlar.

Herhangi bir analitik BRDF modelinin bir “*diffuse*” lop ve bir “*specular*” lopun birleşiminden oluştuğu varsayılırsa, model şu şekilde formülize edilebilir;

$$M(\theta_i, \phi_i, \theta_o, \phi_o; p) = (d_r, d_g, d_b) \text{diffuse} + (s_r, s_g, s_b) \text{specular}(p_0, p_1, \dots, p_n)$$

(5.12)

Burada d_r, d_g, d_b “*diffuse*” yansıma katsayılarıdır, $s_r, s_g,$ ve s_b ise “*specular*” yansıma katsayılarıdır. Bu altı parametre doğrusaldır. p_0, p_1, \dots, p_n ise “*specular*” lop parametreleridir ve bu parametreler doğrusal değildir. Doğrusal parametrelerin tahmini için *doğrusal en küçük kareler yöntemi* bir alt prosedür olarak kullanılır (Nygan et al., 2005). Doğrusal olmayan parametreler için ise doğrusal olmayan bir optimizasyon algoritmasına ihtiyaç vardır. Bu algorithmada kullanılabilir olan bir objektif fonksiyon Nygan et al. (2005) tarafından önerilmiştir;

$$E(p) = \sqrt{\frac{\sum w [R(\theta_i, \phi_i, \theta_o, \phi_o) \cos \theta_i - M(\theta_i, \phi_i, \theta_o, \phi_o; p) \cos \theta_i]^2}{\sum w}} \quad (5.13)$$

Optimizasyon algoritmaları tarafından minimize edilmeye çalışılan bu objektif fonksiyonda R ölçülmüş BRDF verisini, M analitik modeli (Bkz.

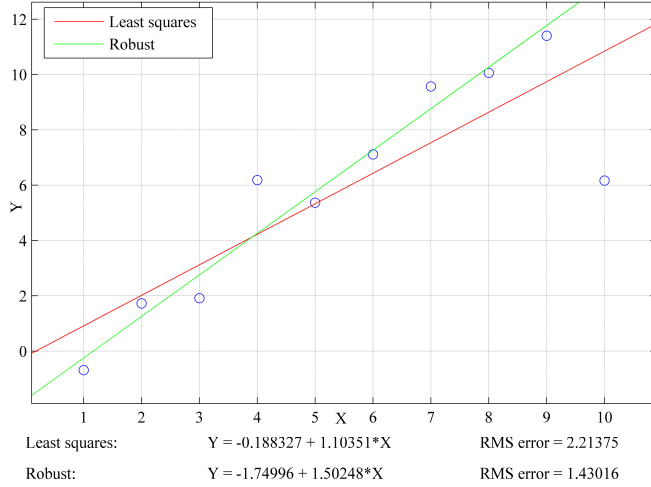
Eşitlik 5.12), θ_i gelen vektörünün yükseltme açısını, ağırlık w ise “*solid angle*” doğrulama terimini ifade etmektedir. Toplam, bütün ölçülmüş BRDF verisi üzerinde alınmaktadır. Bu metriğin diğer bir adı L^2 metriğidir. Bu metriğin en büyük avantajı doğrusal parametrelerin ve doğrusal olmayan parametrelerin ayrı ayrı tahminlenip aynı optimizasyon içinde kullanılabilir olmasını sağlamasıdır ve bu tahmin etme rutininin etkinliğini ve istikrarını artırır. Buradaki $\cos\theta_i$ terimi BRDF’i ağırlıklandırmak için kullanılmaktadır. Ayrıca Nygan et al. (2005) kendi çalışması içinde gelen ve giden açıları 80 dereceden büyük olan BRDF ölçümlerini “*grazing*” açılara çok yakın olduğu için güvenilir kabul etmemiş ve parametre tahminlemesinde bu BRDF verilerini kullanmamıştır. Nygan et al. (2005) tarafından $\cos\theta_i$ ile ağırlıklandırılarak yapılan uydurma ve ağırlıklandırılmadan yapılan uydurma sonuçları kıyaslanmış ve $\cos\theta_i$ ile ağırlıklandırmanın çok daha iyi “*rendering*” sonuçları ortaya koyduğu gözlemlenmiştir.

Lafortune et al. (1997) tarafından önerilen bir objektif fonksiyon ise ölçülmüş BRDF verisi ile BRDF modelinin farklarının hem gelen hem giden vektörün yükseltme (*elevation*) açıları ile çarpılmasıyla oluşturulmaktadır. Nygan et al. (2005), bu objektif fonksiyonun kendi önerdikleri objektif fonksiyon (Bkz. Eşitlik 5.13) ile görüntüsel olarak benzer sonuçlar ortaya koyduğunu bulmuştur.

Ayrıca BRDF verisine kübik, logaritmik gibi transformasyonlar uygulanarak da objektif fonksiyonlar oluşturulmaya çalışılmaktadır. Örneğin Matusik (2003), Ward ve Lafortune BRDF modellerini ölçülmüş BRDF verisine logaritmik transformasyon ile uydurmuştur. Nygan et al. (2005)’ın dediği gibi, logaritmik transformasyona dayanan metrik sıfıra yakın bölgelerde iyi sonuçlar üretmemektedir. Genel olarak, algısal olarak iyi sonuçlar verebilecek ve aynı zamanda optimizasyonu istikrarlı (*stable*) olan bir metrik oluşturmak oldukça araştırılan bir konudur.

5.4 Sağlam En Küçük Kareler Metodu

Verilerdeki gürültüyü elimine etmeye yönelik kullanılan doğrusal yöntemlerden biri *sağlam en küçük kareler metodudur*. Bu yöntem yinelemeli (*iterative*) olarak verileri yeniden ağırlıklandırarak *en küçük kareler yöntemi* ile parametre tahmini yapar. Yöntemde ağırlıklar belirli bir ağırlık fonksiyonu yardımı ile bulunur. Her iterasyonda kullanılan ağırlık, bir önceki iterasyondan elde edilen kalanlara (*residual*) ağırlık fonksiyonunun uygulanmasıyla elde edilir. Bu yöntem iyi bir şekilde uydurulamayan noktalara düşük ağırlıklar verir. Bu yöntemden elde edilen sonuçlar standart *en küçük kareler metoduna* (Bkz. Bölüm 5.1) göre “*outlier*”lara daha az duyarlıdır. Şekil 5.1’de *sağlam en küçük kareler yönteminin* standart en küçük kareler yöntemine üstünlük sağladığı bir durum sunulmaktadır. Şekilden de görüleceği üzere böyle



Şekil 5.1 En küçük kareler yöntemi ile sağlam en küçük kareler yönteminin kıyaslaması

<i>Ağırlık Fonksiyonu</i>	<i>Formülü</i>	<i>Ayar Sabiti</i>
'andrews'	$w = (\text{abs}(r) < \pi) \cdot \sin(r) ./ r$	1.339
'bisquare'	$w = (\text{abs}(r) < 1) \cdot (1 - r.^2).^2$	4.685
'cauchy'	$w = 1 ./ (1 + r.^2)$	2.385
'fair'	$w = 1 ./ (1 + \text{abs}(r))$	1.400
'huber'	$w = 1 ./ \max(1, \text{abs}(r))$	1.345
'logistic'	$w = \tanh(r) ./ r$	1.205
'talwar'	$w = 1 * (\text{abs}(r) < 1)$	2.795
'welsch'	$w = \exp(-r.^2)$	2.985

Tablo 4.1 robustfit fonksiyonunda kullanılabilen ağırlık fonksiyonları ve aldıkları parametreler

durumlarda *sağlam en küçük kareler yöntemi*, *standart en küçük kareler yöntemine* göre daha düşük hatalar vermektedir.

Bu yöntemin bir uygulaması MATLAB standart kütüphanesinde *robustfit* fonksiyon ismiyle bulunmaktadır. Buradaki mevcut olan algorithmanda seçilebilecek ağırlık fonksiyonları ile ilgili bilgiler Tablo 4.1'den incelenebilir. Ağırlık fonksiyonundaki r değeri şu şekilde bulunur;

$$r = \frac{\text{resid}}{\text{tune} \cdot s \cdot \sqrt{1 - h}} \quad (5.14)$$

Buradaki *resid* değeri bir önceki iterasyondan elde edilen kalanların vektörüdür, *tune* ayar (*tuning*) sabitidir, h en küçük kareler yönteminden elde edilen "*leverage*" değerlerinin bir vektörüdür, s ise hata teriminin standart sapmasının bir tahminlemesidir ve şu şekilde belirlenir;

$$s = \frac{MAD}{0.6745} \quad (5.15)$$

Burada ise *MAD* değeri kalanların kendi ortalama değerinden mutlak

sapmasının ortalamasıdır. 0.6745 değeri ise tahminlemeyi normal dağılıma göre tarafsız (*unbiased*) yapmak için kullanılmaktadır.

Sağlam en küçük kareler yönteminde kullanılan *ayar sabiti* değerinin büyük bir değer alması durumunda büyük kalan değerleri daha az bir şiddetle aşağıya doğru ağırlıklandırılır, küçük değerler alması durumunda ise büyük kalan değerleri daha büyük bir şiddetle aşağıya doğru ağırlıklandırılır.

6 ANA BİLEŞENLER ANALİZİ

Bu bölümde detaylı olarak anlatılan *ana bileşenler analizi* (PCA) konusu Matusik (2003), Overall ve Klett (1972), ve Cooley ve Lohnes (1971)'de anlatılanlar ışığında sunulmaktadır. Bazı durumlarda, girdi vektörünün boyutu oldukça büyüktür. Fakat vektörün bileşenleri oldukça ilişkilidir ve bu durum fazlalık bilgilerin bu vektörde mevcut olduğunu belirtir. Böyle bir durumda girdi vektörünün boyutunu düşürmek oldukça kullanışlı olacaktır. Bu operasyonu yerine getirecek etkin bir prosedür ise *ana bileşenler analizidir* (PCA). PCA veya diğer ismiyle *Karhunen-Loeve transformasyonu* doğrusal alt uzay tahminlemesi için kullanılan önemli bir metottur (Matusik, 2003). Bu teknik iki etkiye sahiptir. Birincisi, girdi vektörünün bileşenlerini dikleştirir. Yani bir başka deyişle, girdi vektörünün bileşenlerini birbiriyle ilişkisiz hale getirir. İkincisi, sonuç dikgen (*orthogonal*) bileşenleri (diğer ismiyle ana bileşenleri) sıralar. Bu sıralama en çok varyasyona sahip olanın birinci sırada, ikinci en çok varyasyona sahip olanın ikinci sırada, üçüncü en çok varyasyona sahip olanın üçüncü sırada ve n . en çok varyasyona sahip olanın n . sırada olacağı şekilde olur. Bu sayede veri seti içinde çok az varyasyona sahip olan bileşenler en sonda kalır ve elenebilir olur.

PCA'nin hedefi, $d < D$ olacak şekilde D boyutlu orijinal uzayı d boyutlu uzaya eşleyecek bir doğrusal transformasyon bulmaktır (Matusik, 2003). Bu işlemi veri hakkındaki birçok bilgiyi koruyarak yapmayı amaçlar. Bu konu biraz daha açılacak olunursa ilk olarak basitlik açısından orijinal verinin sıfır ortalamaya sahip olduğunu kabul etmek gerekir. Eğer verinin ortalaması sıfıra eşit değilse, öncelikle verinin ortalamasının verinin her bir elemanından çıkarılması gereklidir. y_i bir D boyutlu uzay içinde bir örnek noktasını sunan bir vektör olsun ve matris Y 'de N adet noktanın bir kümesini işaret etsin; $Y = [y_1, y_2, \dots, y_N]$. Bu noktalar yeni bir birim boylu (*orthonormal*) temel U içinde sunulabilirler;

$U = [u_1, u_2, \dots, u_D]$. Şöyle ki;

$$Y = UX \quad (6.1)$$

Burada $X = [x_1, x_2, \dots, x_N]$ veri noktalarının yeni taban içindeki koordinatlarını sunmaktadır. $U^T U = I$ olduğu için, matris X şöyle yazılabilir;

$$X = U^T Y \quad (6.2)$$

Hedef boyutluluğu düşürmek olduğu için, her vektör y yalnızca d adet temel vektör kullanılarak tahmin edilir;

$$\bar{y}_i = \sum_{j=1}^d x_{ji} u_j \quad (6.3)$$

Bilgi kaybını ölçmenin bir yolu hataların karelerinin toplamını bulmaktır;

$$E_M = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \|y_i - \bar{y}_i\|^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=d+1}^D x_{ji}^2 \quad (6.4)$$

Eşitlik 6.2'yi kullanarak, Eşitlik 6.4 şu şekilde de yazılabilir;

$$E_M = \frac{1}{2} \sum_{j=d+1}^D \sum_{i=1}^N (u_j^T y_i)^2 = \frac{1}{2} \sum_{j=d+1}^D \sum_{i=1}^N u_j^T y_i y_i^T u_j = \frac{1}{2} \sum_{j=d+1}^D u_j^T C u_j \quad (6.5)$$

Burada C değeri veri seti içindeki bütün noktaların kovaryans matrisidir ve şu şekilde formülize edilebilir;

$$C = \sum_{i=1}^N y_i y_i^T \quad (6.6)$$

u_j vektörleri kovaryans matrisi C 'nin "eigenvalue" ayrışımına (*decomposition*) karşılık geldiğinde E_M minimum olur. Yani;

$$UA = CU \quad (6.7)$$

$$A = U^T CU$$

Burada Λ değeri azalan “*eigenvalue*”leri λ_i (temel bileşen varyansları da denir)’nin bir köşegen matrisidir ve U ise karşılık gelen “*eigenvector*”lerinin bir birim boylu matrisidir. Yani bir başka deyişle U , temel bileşen vektörlerini içeren bir matristir. Dört temel bileşene sahip olunan bir durumda, Λ şu şekilde gösterilebilir;

$$A = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_4 \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

E_M 'nin minimum değeri, Eşitlik 6.10'da u_j vektörleri en düşük $D-d$ adet “*eigenvalue*”ye karşılık geldiğinde elde edilir;

$$E_M = \frac{1}{2} \sum_{j=d+1}^D \lambda_j \quad (6.10)$$

Bu demektir ki, Eşitlik 6.3'de kullanılan u_j vektörleri en büyük “*eigenvalue*”lere karşılık gelen “*eigenvector*”ler olmalıdır.

Ancak, D değeri çok büyük olduğunda kovaryans matrisi C 'yi ve onun “*eigenvalue*” ayrışımını hesaplamak çok zordur ve hatta bazı durumlarda imkânsızdır. Bu duruma alternatif bir hesaplama yöntemi ise $Y^T Y$ matrisini kullanmaktır. İlk olarak, matris B ve onun “*eigenvalue*” ayrışımı tanımlanır;

$$B = Y^T Y = V \Lambda_B V^T \quad (6.11)$$

Burada V değeri “*eigenvector*”lerinin birim boylu matrisidir ve Λ_B ise azalan “*eigenvalue*”lerinin köşegen matrisidir. Daha sonra Eşitlik 6.11’in her iki tarafı sol tarafından Y ile sağ tarafından V ile çarpılırsa;

$$YY^T YV = YV \Lambda_B V^T V \quad (6.12)$$

$$C(YV) = (YV) \Lambda_B \quad (6.13)$$

Daha sonra, her iki taraf sağ tarafından $\Lambda_B^{-1/2}$ ile çarpılırsa;

$$C(YV) \Lambda_B^{-1/2} = (YV) \Lambda_B \Lambda_B^{-1/2} \quad (6.14)$$

$$C(YV \Lambda_B^{-1/2}) = (YV \Lambda_B^{-1/2}) \Lambda_B \quad (6.15)$$

Dikkat edilirse $YV \Lambda_B^{-1/2}$ matrisi birim boyludur;

$$\begin{aligned} (YV \Lambda_B^{-1/2})^T (YV \Lambda_B^{-1/2}) &= \Lambda_B^{-1/2} V^T Y^T YV \Lambda_B^{-1/2} = \\ \Lambda_B^{-1/2} V^T V \Lambda_B V^T V \Lambda_B^{-1/2} &= I \end{aligned} \quad (6.16)$$

Eşitlik 6.7’deki birinci eşitlik ile kıyaslandığında görülmektedir ki U şöyle de yazılabilir;

$$U = YV \Lambda_B^{-1/2} \quad (6.17)$$

ve

$$\Lambda = \Lambda_B \quad (6.18)$$

dir. Ayrıca, koordinatları içeren X şu şekilde daha etkin olarak hesaplanabilir;

$$\begin{aligned} X &= U^T Y = (YV \Lambda_B^{-1/2})^T Y = \Lambda_B^{-1/2} V^T Y^T Y = \\ \Lambda_B^{-1/2} V^T V \Lambda_B V^T &= \Lambda_B^{1/2} V^T \end{aligned} \quad (6.19)$$

Genel olarak, temel bileşenlerin eşsiz bir özelliği ise ardışık temel bileşen vektörlerinin hem geometrik hem istatistiksel dikgenliğe sahip olmasıdır. İstatistiksel dikgenlik iki doğrusal kombinasyon arasında sıfır korelasyon veya sıfır kovaryans olması durumudur. Buna istatistiksel bağımsızlık da denir. Geometrik dikgenlik ise, iki vektörün iç (*inner*) çarpımlarının sıfır olmasıdır. Bu iki durum formül ile açıklanacak olursa, geometrik dikgenlik için Eşitlik 6.20'ye, istatistiksel dikgenlik için Eşitlik 6.21'e bakmak gerekir;

$$U^T U = I \quad (6.20)$$

$$\Lambda = U^T C U \quad (6.21)$$

Temel bileşenler analizinin uygulaması için standart MATLAB kütüphanesindeki *princomp* komutu kullanılmıştır. Bu komutta girdi olarak X matrisi verilir (Bkz. Eşitlik 6.1). Fonksiyon, U ve Y matrislerini döndürür (Bkz. Eşitlik 6.1). Y değerleri daha önce de bahsedildiği gibi temel bileşenler uzayındaki X'in sunumudur. U ise yine daha önce değinildiği gibi temel bileşen katsayılarını içeren bir matristir. U matrisi elde edildikten sonra başka bir matrisin de yine aynı temel bileşenler uzayı içindeki sunumu bulunabilir. Ayrıca *princomp* fonksiyonu, X'in kovaryans matrisinin “*eigenvalue*”larını içeren bir vektör ile her veri noktası için Hottelling'in T^2 istatistiğini içeren bir başka değer daha döndürmektedir.

Temel bileşenler analizi heterojen bir örnek içinde, bireyler arasındaki farkların az sayıdaki bileşik değişkenler ile açıklanması hedeflenen durumlarda kullanılmalıdır ve özel olarak seçilmiş homojen örnek içinde bireyler arasındaki benzerliklerin karakterize edilmesi hedeflenen bir durumda ise kullanılmamalıdır (Overall and Klett, 1972).

7 YENİ BİR IŞIKLANDIRMA MODELİ

Bu bölümde teze ismini de veren yeni bir ışıklandırma modelinin ayrıntılı tanımlaması bulunmaktadır. Bu çalışmada, BRDF’i sunabilmek için doğrusal parametrelere sahip *tepki (response) yüzey modelleri* kullanılmıştır. Tepki yüzey metodolojisi, birden fazla olan açıklayıcı değişkenler ile bir adet bağımlı değişken arasındaki ilişkiyi açıklamak için oldukça yaygın bir şekilde kullanılan bir metottur. Bir tepki yüzey modeli, p derecesine ve k değişkenine sahip bir polinom fonksiyonu olarak tanımlanır (Cochran and Cox, 1966). Örneğin iki değişkenli ikinci dereceden bir tepki yüzey modeli şu şekilde formülize edilebilir;

$$y = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_1 x_2 + \alpha_4 x_1^2 + \alpha_5 x_2^2 + e. \quad (7.1)$$

Burada e hata terimini sunar, x_1 ve x_2 açıklayıcı değişkenlerdir ve y ise bağımlı değişkendir. $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$ ise tahmin edilmesi gereken doğrusal parametrelerdir. Şayet açıklayıcı parametreler dikgen ise bu durumda etkileşim (*interaction*) terimlerine karşılık gelen katsayılar sıfır olur ve modelden çıkarılır. Açıklayıcı parametrelerin dikgen olması durumunda Eşiklit 7.1 şöyle yazılmalıdır;

$$y = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_4 x_1^2 + \alpha_5 x_2^2 + e. \quad (7.2)$$

Gelen ışık vektörü L ’nin kartezyen koordinatlarındaki üç bileşeni $u_x, u_y,$ ve u_z ile tanımlanırsa, ve giden bakış vektörü V ’nin kartezyen koordinatlarındaki üç bileşeni v_x, v_y, v_z ile tanımlanırsa ve buna göre de $X_1 = u_x v_x, X_2 = u_y v_y, X_3 = u_z v_z$ olarak tanımlanırsa, i . yüzey noktası için bir tepki yüzey modeli aşağıdaki şekilde tanımlanabilir;

$$\begin{aligned} f_i = & \alpha_0 + \alpha_1 X_{1i} + \alpha_2 X_{2i} + \alpha_3 X_{3i} + \alpha_4 X_{1i}^2 + \alpha_5 X_{2i}^2 + \alpha_6 X_{3i}^2 \\ & + \dots + \alpha_{3k-2} X_{1i}^k + \alpha_{3k-1} X_{2i}^k + \alpha_{3k} X_{3i}^k + \alpha_{3k+1} X_{1i} X_{2i} + \dots \\ & (\text{birinci derece etkiles.}) + \text{yuksek derece etkiles.} + e_i . \end{aligned} \quad (7.3)$$

Dikkat edilirse yukarıdaki model doğrusal parametrelere sahiptir. Parametre adedi ise polinomun derecesine bağlı olarak üssel bir şekilde artar. Model bu haliyle karşılıklı olma prensibini yerine getirmektedir. Bu modeli basitleştirmenin bir yolu ise, üç boyutlu sistemi dikgen bir sistem içine dönüştürmektir. Eğer yüzey dikgen değişkenler ile tanımlanırsa, bu durumda Eşitlik 7.3'deki birinci derece etkileşim terimleri sıfır olacaktır. Çünkü yeni uzay içindeki açıklayıcı değişkenler birbirinden bağımsız olacaktır. Tabiki, yüksek derece etkileşim terimleri bu durumda modelden çıkarılamaz ama veri uzayı böyle bir dikgen uzayının içine dönüştürüldüğünde yüksek derece etkileşim terimlerinin etkilerinin düşeceği beklenebilir.

Bu amaçla herhangi bir dikgen transformasyon kullanılabilir. Temel bileşenler, açıklayıcı değişkenlerin dikgen transformasyonu için seçilmiştir. Temel bileşenler ile ilgili ayrıntılı bilgi Bölüm 6'da bulunmaktadır. Genel olarak, temel bileşenler analizi çok boyutlu ölçülmüş değişkenlerin, daha az boyutlu dikgen değişkenlere dönüştürülmesi için kullanılmaktadır. Temel bileşenler analizi sonucu elde edilen her dönüştürülmüş değişken orijinal değişkenlerin bir doğrusal bileşimidir. Dolayısıyla temel bileşenler analizi doğrusal bir metottür. İlk temel bileşen orijinal değişkenlerin tüm seti içindeki toplam varyasyonun maksimum miktarını hesaba almaktadır. İkinci temel bileşen ise ikinci en yüksek varyasyonu hesaba alır vs. Temel bileşenlerin bu özelliği BRDF'i kabul edilebilir bir doğruluk ile daha az bir boyutla sunmak için bir yol sunar.

$Z_1, Z_2,$ ve $Z_3,$ Eşitlik 7.3'de tanımlanmış olan $X_1, X_2,$ ve X_3 'ün temel bileşenler transformasyonu sonucu karşılık gelen değişkenleri olsun. Bir başka deyişle Z_1, Z_2 ve Z_3, X_1, X_2 ve X_3 'ün temel bileşenler uzayı içindeki sunumları olsunlar. BRDF, bu dikgen temel bileşenler kullanılarak şu şekilde formülize edilebilir;

$$f_i = \beta_0 + \beta_1 Z_{1i} + \beta_2 Z_{2i} + \beta_3 Z_{3i} + \beta_4 Z_{1i}^2 + \beta_5 Z_{2i}^2 + \beta_6 Z_{3i}^2 + \dots + \beta_{3p-2} Z_{1i}^p + \beta_{3p-1} Z_{2i}^p + \beta_{3p} Z_{3i}^p + \varepsilon_i . \quad (7.4)$$

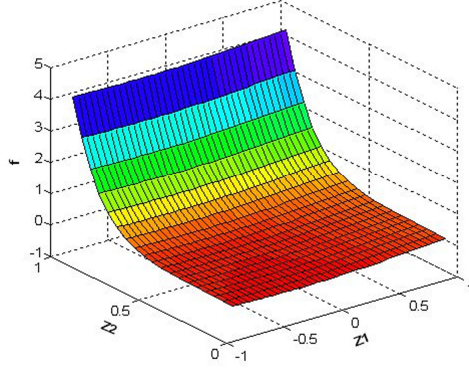
burada β_i , ($i=0, 1, \dots, 3p$)'ler tahmin edilmesi gereken doğrusal parametrelerdir. ε_i ise hata terimidir. Bu terimin ortalaması sıfır, varyansı ise σ^2 'dir.

Eşitlik 7.4'deki doğrusal parametreler ölçülmüş BRDF veri seti üzerinden *en küçük kareler yöntemi* (Bkz. Bölüm 5.1) ile kolaylıkla bulunabilir. Doğrusal olmayan parametrelere sahip BRDF modellerinin aksine, herhangi bir optimizasyon tekniğine gerek duymadan bu modelin parametreleri tahminlenebilir. Diğer yandan, bu model “*diffuse*” ve parlak materyalleri iyi bir şekilde sunabilmektedir. “*Specular*” materyalleri sunabilmek için oldukça yüksek dereceye sahip bir şekilde sunum gerekebilir ki, bu durum modeli kullanılmaz yapabilir. Eşitlik 7.4, anizotropik BRDF'leri sunmak için kullanılmaktadır.

Polinom modelin izotropik materyaller için uydurulması gerektiğinde de yapılması gereken yeni değişkenler tanımlamaktır. Bu değişkenler; $W_1 = u_x v_x + u_y v_y$ ve $W_2 = u_z v_z$ şeklinde tanımlanır. Bu durumda W_1 ve W_2 değişkenlerine temel bileşen ile transformasyon uygulanır. Transformasyon sonucu elde edilen dikgen değişkenler Z_1 ve Z_2 olduğu kabul edilir ise izotropik durum için polinom model şu şekilde formülize edilir;

$$f_i = \beta_0 + \beta_1 Z_{1i} + \beta_2 Z_{2i} + \beta_3 Z_{1i}^2 + \beta_4 Z_{2i}^2 + \dots + \beta_{2p-1} Z_{1i}^p + \beta_{2p} Z_{2i}^p + \varepsilon_i . \quad (7.5)$$

burada da β_i , ($i=0, 1, \dots, 2p$)'ler tahmin edilmesi gereken doğrusal parametrelerdir. ε_i ise hata terimidir. Bu terimin ortalaması sıfır, varyansı ise σ^2 'dir. Bir izotropik BRDF'in birinci temel bileşen (Z_1) ve ikinci



Şekil 7.1 Parametreleri Cornell mistik lakeden tahmin edilmiş izotropik polinom modelin iki temel bileşenin bir fonksiyonu olarak sunumu

temel bileşen (Z_2) cinsinden sunumu Şekil 7.1’de sunulmaktadır. Eşitlik 7.5’in parametrelerinin en küçük kareler tahminleyicisi matris çarpımları şeklinde şu şekilde yazılabilir;

$$\hat{\beta} = (Z'Z)^{-1} Z'f . \quad (7.6)$$

Burada $\hat{\beta}$ bir $(2p+1) \times 1$ vektördür, Z ise $n \times (2p+1)$ 'lik bir dizayn matrisidir. Z 'nin i . satırı şu şekilde ifade edilebilir;

$$z_i = \{1 \ Z_{1i} \ Z_{2i} \ \dots \ Z_{1i}^p \ Z_{2i}^p \} . \quad (7.7)$$

f ise ölçülmüş BRDF'lerin $n \times 1$ 'lik vektörüdür. $\hat{\beta}$ 'nin tahminlenmesi sonucu oluşturulan modelin z noktasındaki tahmininin oluşturacağı ortalama kare hata (MSE) ise şu şekilde formülize edilebilir;

$$\begin{aligned}
MSE &= E\{f(z, \hat{\beta}) - \eta(z, \alpha)\}^2 \\
&= V\{f(z, \hat{\beta})\} + \{E(f(z, \hat{\beta})) - \eta(z, \alpha)\}^2 \\
&= z(Z'Z)^{-1} z' \sigma^2 + \{z(Z'Z)^{-1} Z' \eta(z, \alpha) - \eta(z, \alpha)\}^2
\end{aligned} \tag{7.8}$$

Burada E beklenen değeri, V ise varyansı sembolize etmektedir. η her noktada tam anlamıyla ölçülmüş BRDF verisine karşılık değerler üreten *doğru modeli*, α ise onun parametrelerini sembolize etmektedir. Yani bu durum formülize edilirse;

$$\{\eta(z, \alpha)\}' = \{\eta(z_1, \alpha), \eta(z_2, \alpha), \dots, \eta(z_n, \alpha)\}. \tag{7.9}$$

Eşitlik 7.8'den görüleceği üzere tahmini hata ikinci terim ile belirlenir. Bu terim ayrıca uydurulan modelin eğilim (*bias*) terimi olarak da bilinir. Örnek uzayı üzerindeki maksimum tahmini hata, eğilim teriminin bir fonksiyonu olarak şu şekilde ifade edilebilir;

$$\delta_{\max} = \max_{1 \leq i \leq n} \{z_i (Z'Z)^{-1} Z' \eta(z, \alpha) - \eta(z_i, \alpha)\}^2. \tag{7.10}$$

Belirlenen Z matrisi ve *doğru model* için tahmini hatanın hesabı çok kolaydır. Buradaki doğru model ölçülmüş BRDF verisi olarak seçilebileceği gibi herhangi bir analitik BRDF modeli (örneğin Lafortune BRDF modeli) olarak da seçilebilir.

Tez kapsamı boyunca yeni polinom modelin hepsi doğrusal olan parametreleri Bölüm 5.4'de değinilen *sağlam en küçük kareler yöntemi* ile bulunmuştur. Diğer analitik modellerle kıyaslayabilmek için ise, Eşitlik 5.13'de formülü verilmiş olan L^2 metriği cinsinden de her bir malzemedeki tahmini hatası sunulmuştur.

8 KULLANILAN BRDF VERİ SETLERİ

Tez kapsamı boyunca, analitik BRDF modellerinin parametrelerini tahmin etmek için üç farklı ölçülmüş BRDF veri seti kullanılmıştır. Bunlar CURET veri seti (CURET, 2007), Cornell üniversitesi tarafından ölçümlenerek hazırlanmış olan veri seti (Cornell, 2007) ve Matusik et al. tarafından ölçümlenerek hazırlanan veri setidir (Matusik et al., 2003).

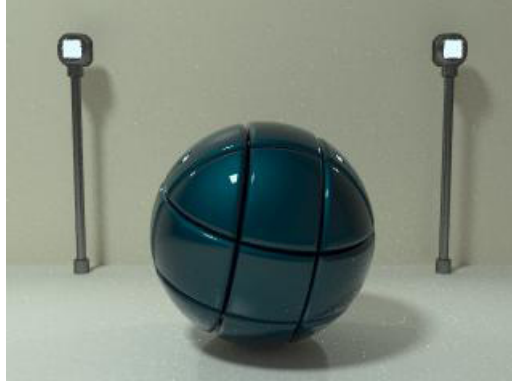
CURET’de kullanılan BRDF ölçüm gereci bir robot, lamba, kişisel bilgisayar, spektrometre, ve video kamerasından oluşmaktadır (Dana et al., 1996). CURET veri seti 61 adet izotropik ve anizotropik materyalin ölçülmesi sonucu oluşturulan bir veri setidir. Bu veri setinde kullanılan malzemeler Ek 1’deki Şekil 8.1’den görülebilir. Şekil 8.1’de her malzemenin hemen üstünde ismi ve numarası da bulunmaktadır. CURET veri setindeki malzemeler fotometrik ve geometrik özelliklerin büyük bir aralığını kapsayabilmek amacıyla seçilmişlerdir (Dana et al., 1996). Bunlar içinde “*specular*” yüzeyler (alüminyum folyo, suni çim), “*diffuse*” yüzeyler (alçı, beton), izotropik yüzeyler (mantar, deri, suni köpük), anizotropik yüzeyler (saman, fitilli kadife, mısır kabuğu), büyük yükseklik varyasyonlarına sahip yüzeyler (buruşmuş kağıt, havlu kumaş, çakıl taşı), küçük yükseklik varyasyonlarına sahip yüzeyler (zımpara kağıdı, taş ocağı kiremidi, tuğla), pastel yüzeyler (kağıt, pamuk), renkli yüzeyler (kadife, halı), doğal yüzeyler (yosun, marul, kürk), ve insan yapımı yüzeyler (sünger, havlu kumaş, kadife) bulunmaktadır (Dana et al., 1996). 29, 30, 31 ve 32 numaralı örnekler 2, 11, 12 ve 14 numaralı örneklerin yakın çekim görüntüleridir. Aynı tip yüzeylerin farklı örnekleri tahta_a, tahta_b şeklinde harflerle birbirinden ayrılmışlardır.

CURET veri setindeki toplam anizotropik malzeme adedi 9’dur. Bunlar; örnek 38 (çizgili kağıt), örnek 40 (saman), örnek 42 (fitilli

kadife), örnek 44 (keten kumaş), örnek 46 (pamuk), örnek 51 (mısır kabuğu), örnek 54 (tahta_a), örnek 56 (tahta_b) ve örnek 58 (ağaç)'dır.

CURET veri setinde her bir örnek için toplam 205 adet BRDF ölçümü yapılmıştır. Bu ölçümler kırmızı, yeşil ve mavi BRDF değerleri olarak sunulmuştur. BRDF'in 4 boyutlu olduğu düşünüldüğünde bu miktardaki örnekleme oranı tabii ki yetersizdir. BRDF'in mevcut özelliklerini etkin bir şekilde sunabilmek için daha sık bir örnekleme ihtiyacı vardır. Bu durum BRDF uydurmasının etkinliğini de oldukça düşüren bir etkidir. Ayrıca CURET malzemelerine genel olarak bakıldığında her örneğin makroskopik yüzey pürüzlülüğüne veya dikkate değer derin varyasyonlara sahip olduğu görülmektedir (Dana et al., 1996). Bunun yanında malzemelerin “diffuse” ve parlak malzemelerden oluştuğu, yüksek “specularity”e sahip malzemelerin yer almadığı gözlemlenmektedir. Dana et al. (1996) ölçümledikleri bu BRDF verileri ile Oren-Nayar BRDF modelinin ve Koenderink BRDF modelinin bu malzemeler için parametrelerini tahmin etmişlerdir. Ölçülmüş malzemelerin BRDF verileri ve bu iki BRDF modelinin her bir malzeme için tahmin edildiği parametreler CURET (2007) içinde bulunabilir.

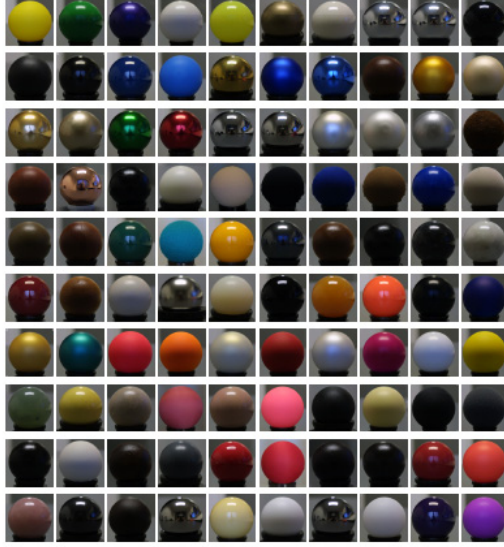
Bir diğer ölçülmüş BRDF veri seti ise Cornell (2007) üniversitesi tarafından hazırlanmıştır. Ölçüm sırasında “gonioreflectometer” ve kendi görüntü tabanlı BRDF ölçüm tekniklerini kullanmışlardır. Ölçülen materyallerin hepsi izotropiktir. Ölçülen malzemeler içinde; otomotiv boya (mistik lake, timsah lake), spreyci boya (kırmızı renkteki lal taş, mavi “krylon” lâteks), ev boya (spreyci boyalı lâteks mavi boya), insan cildi (43 yaşındaki Kafkasyalı bir erkeğin alnı, 23 yaşındaki Hintli bir erkeğin alnı), seramik yüzeyler (kil saksısı) ve mavi akrilik levha bulunmaktadır. Spreyci boya otomotiv boya göre daha az parlaktır. Şekil 8.2’de timsah lakenin görüntüsü bulunmaktadır. Cornell veri setinde, ölçüm sırasında 1439 adet ölçüm kombinasyonu kullanılarak



Şekil 8.2 Timsah lakenin görünümü (Cornell'den 2007)

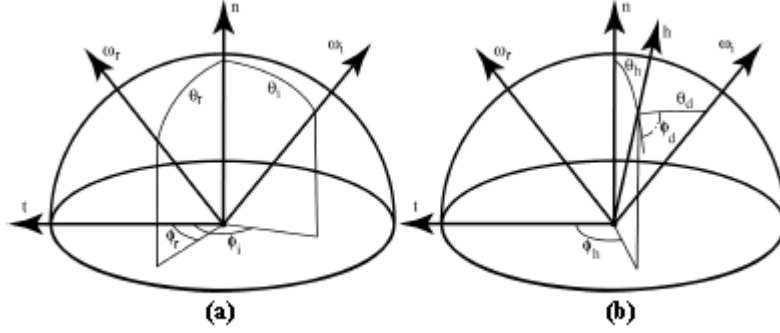
BRDF verileri sunulmuştur. Ayrıca malzemelerin birçoğu ile analitik Lafortune BRDF modelinin parametreleri tahminlenmiştir. Tahminlenen parametreler ve ölçülmüş BRDF verileri Cornell (2007)'de bulunabilir. Genel olarak, bu veri seti de “diffuse” ve parlak malzemelerden oluşmaktadır. Ancak CURET veri setindeki gibi malzemelerin geneli pürüzlü seçilmemiştir. 1439 ölçüm BRDF'in etkin sunumu için yine tam olarak yeterli değildir.

Bir diğer ölçülmüş BRDF veri seti Matusik et al. (2003) tarafından sunulmuştur. Ölçülen malzemelerin hepsi izotropiktir ve toplam 100 adettir. Şekil 8.3'den ölçümü yapılan 100 izotropik materyalin resimleri bir arada görülebilir. Matusik et al. (2003), ilk olarak 130 farklı materyal ölçseler de bunlardan anizotropiye sahip olanlarını, homojenliğe sahip olmayanlarını, ciddi alt yüzey saçılmasına sahip olanlarını eleyerek malzeme adedini 100'e indirmişlerdir. Ölçülen materyaller arasında metaller, plastikler, boyalı yüzeyler ve kumaşlar bulunmaktadır (Nygan et al., 2005). Matusik et al. (2003), oldukça yüksek bir derecede yansıtıcı özellikleri bulunan materyallerin “specular” piklerinin doğal izotropik



Şekil 8.3 Matusik et al.'ın veri setindeki ölçümü yapılan 100 materyalin resmi
(Matusik'den 2003)

BRDF parametrizasyonu ile sunulmasının oldukça zor olduğunu gözlemlemişlerdir. Bir başka deyişle bu izotropik malzemeleri θ_r , θ_i , ve φ_{diff} ile sunmak çok zordur. Hatta her boyut için 1 (bir) derece hassasiyetle örnekleme bile yapılsa orijinal görüntüleri yeniden üretmenin mümkün olmadığını gözlemlemişlerdir. BRDF verilerini daha etkin bir şekilde örnekeleyebilmek için, BRDF verilerini Rusinkiewicz (1998) tarafından sunulan farklı bir koordinat sistemi içinde sunmuşlardır. Şekil 8.4.(a)'da standart koordinat sistemi gösterilmekte iken, Şekil 8.4.(b)'de Rusinkiewicz (1998) tarafından sunulan koordinat sistemi gösterilmektedir. Rusinkiewicz (1998) tarafından sunulan bu koordinat sistemi yarım açığa göre belirlenen açılara dayanır (Matusik, 2003). Yarım açı (θ_h) amaca uygun bir yansıma parametresidir, çünkü bu açı ideal yüzey normalini tanımlar öyle ki bu normale sahip bir yüzey



Şekil 8.4 İki farklı koordinat sistemi (Matusik'den 2003)

(böyle bir yüzeye mükemmel yansıtıcı da denir) gelen ışığı olduğu gibi giden (bakış) yönüne yansır. Bu koordinat sistemi örnekleme yoğunluğunun “*specular*” vurgunun civarında arttırılabilmesine olanak tanımaktadır. Dolayısıyla bu kısım daha iyi ifade edilebilmektedir. Bu sıklık değişimini gerçekleştirebilmek için ise, Matusik et al. (2003) yarım açı için üssel eşleme uygulamışlardır. Bunun için kullanılan formül Eşitlik 8.1’den görülebilir;

$$\theta_h = 0.2 * 1.07^{kutu} \quad (8.1)$$

Matusik et al. (2003) izotropik BRDF’leri θ_h , θ_d , ve ϕ_d ’ye göre ölçümlemişlerdir. θ_h için 90, θ_d için 90 ve ϕ_d için 360 kutu kullanmışlardır. Daha sonra karşılıklı olma prensibinden faydalanarak her hangi bir kayıpla karşılaşmadan ϕ_d için 180 kutunun yeterli olacağını belirlemişlerdir. Çünkü karşılıklı olma prensibine göre Eşitlik 8.2 geçerlidir;

$$f(\theta_h, \theta_d, \phi_d) = f(\theta_h, \theta_d, \phi_d + \pi) \quad (8.2)$$

Buna göre her bir izotropik BRDF’i $90 \times 90 \times 180 = 1.458.000$ adet ölçümleme ile oldukça yüksek bir hassasiyette ölçümlenmişler ve sunmuşlardır. Matusik et al. (2003), ölçümleme esnasında güvenilir olmayan açı kombinasyonlarında bu açı karşılığında kırmızı, mavi ve yeşil BRDF değerleri koymaktansa -1 değeri koymuşlardır. Bu sayede bu değerlerin güvenilir olmadığını ve herhangi bir uydurma prosedüründe de kullanılmaması gerektiğini işaret etmektedirler.

Bir malzemenin 1.458.000 adet BRDF ile sunulması BRDF’in mevcut olan bütün özelliklerini etkin bir şekilde sunumu için yeterlidir. Matusik et al. (2003), ölçümleme sonucu elde ettiği veriyi “*rendering*”de kullandıklarında, elde ettikleri görüntülerin orijinal görüntüler ile eşleştiğini göstermişlerdir. Ancak ölçülmüş BRDF verisi, bir malzeme için “*rendering*” esnasında yaklaşık 30 MB civarında yer ayrılmasını gerektirir ki bu da ciddi bir depolama problemini beraberinde getirir. Hatta yüzlerce veya binlerce malzemenin aynı anda “*rendering*”ini imkânsız kılar.

Ölçülmüş BRDF verisi çok olduğunda onlardan etkin bir şekilde örnekleme yapma ve daha sonra bunu analitik modellerin parametrelerini tahmin etmede kullanma da yine bir diğer problemdir. Heuberger ve Paskan (2005)’in, Matusik et al. (2003)’in ölçmüş olduğu bu verilerden etkin bir örnekleme yapma konusunda bir çalışması bulunmaktadır. Tez kapsamı boyunca Matusik et al. (2003)’in veri seti kullanılırken mümkün olduğunca çok bir şekilde BRDF verisi örneklenmeye çalışılmıştır. Bu amaçla “*rendering*”de kullanılan bir kürenin üzerinde oluşan bütün açı kombinasyonları Matusik et al. (2003)’in BRDF veri setini örnekleme için kullanılmış ve bu veri seti ile analitik BRDF modellerinin parametreleri tahminlenmiştir.

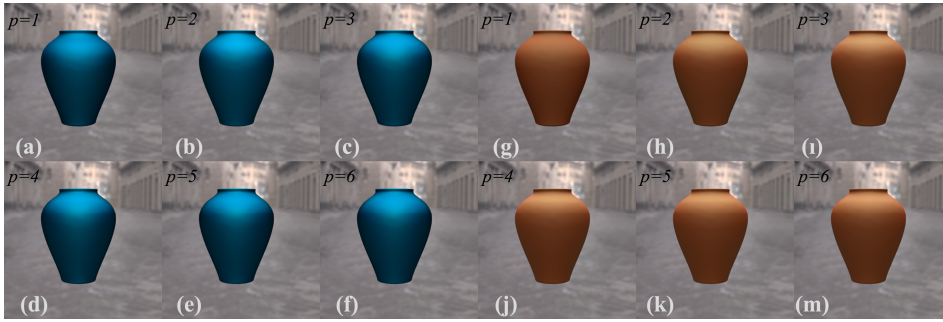
Genel olarak bakılırsa, Matusik et al. (2003)’in veri seti birçok çeşit BRDF sınıfını içinde barındırır. Yani pürüzlü, “*diffuse*”, parlak,

“*specular*” ve oldukça yüksek dereceden “*specular*” malzemeler mevcuttur. Yüksek bir dereceden hassasiyete sahiptir. Ayrıca BRDF’i etkin bir şekilde sunmaktadır. Nygan et al. (2005), bu veri setini kullanarak en bilinen analitik BRDF modellerinin parametrelerini tahmin etmiş ve modellerin uydurma performansını kıyaslayan bir çalışma gerçekleştirmiştir. Bu çalışmadan da görüleceği üzere analitik modellerin bu veri setinden elde edilen parametreler ile sunumu modellerin doğru ve hassas olmasını sağlamaktadır. Dolayısıyla hassas ölçümlenmiş ve yüksek örnekleme imkânına sahip bir BRDF veri seti BRDF modellerinin performansını da arttırmaktadır.

9 KARŞILAŞTIRMALAR VE SONUÇLAR

Bölüm 7’de ayrıntıları sunulan polinom modelinin özelliklerini araştırabilmek ve sunabilmek için Bölüm 8’de değinilen üç adet veri seti kullanılmıştır. CURET (2007) veri setindeki 52 izotropik veri, Cornell (2007) veri setindeki izotropik timsah lake ve Matusik et al. (2003) veri setindeki 100 izotropik materyalden bej-kumaş, koyu-mavi-boya, yeşil-lâteks, turuncu-boya ve sarı-plastik kullanılmıştır.

Modelin doğruluğu polinomun derecesi p ’ye göre değişmektedir. Ancak, doğruluğu arttırmak demek modele de daha fazla parametre eklenmesi demektir. Bu durumu gösterebilmek için global ışıklandırma ile bir vazo “*rendering*”i gerçekleştirilmiştir. Vazolarda kullanmış olan modelin (Bkz. Eşitlik 7.5) parametreleri Cornell (2007) timsah lakeden ve CURET (2007) taş ocağı kiremidi malzemelerinden tahmin edilmiştir. Şekil 9.1.(a)’da timsah lake $p=1$ ile, Şekil 9.1.(b)’de timsah lake $p=2$ ile, Şekil 9.1.(c)’de timsah lake $p=3$ ile, Şekil 9.1.(d)’de timsah lake $p=4$ ile, Şekil 9.1.(e)’de timsah lake $p=5$ ile, Şekil 9.1.(f)’de timsah lake $p=6$ ile sunulmaktadır. Şekil 9.1.(g)’de taş ocağı kiremidi $p=1$ ile Şekil 9.1.(h)’da taş ocağı kiremidi $p=2$ ile Şekil 9.1.(i)’da taş ocağı kiremidi $p=3$ ile Şekil 9.1.(j)’de taş ocağı kiremidi $p=4$ ile Şekil 9.1.(k)’da taş ocağı kiremidi $p=5$ ile Şekil 9.1.(m)’de taş ocağı kiremidi $p=6$ ile sunulmaktadır.



Şekil 9.1 Değişen polinom dereceleri ile sunulan vazolar

Malzeme	p=1		p=2		p=3		p=4		p=5		p=6	
	Hata	#Par	Hata	#Par	Hata	#Par	Hata	#Par	Hata	#Par	Hata	#Par
Timsah lake	2.199	7	2.198	9	2.198	11	2.198	13	2.198	15	2.198	17
Taş ocağı kiremidi	0.041	7	0.027	9	0.015	11	0.011	13	0.011	15	0.010	17

Tablo 9.1 Polinom modelinin değişen polinom derecelerine göre parametre adetleri ve hata değerleri

Tablo 9.1’de ise, Şekil 9.1’de parametreleri tahmin edilen polinom modelinin her bir derecesinde elde edilen L^2 hatası ve kullanılan parametre sayısı bulunmaktadır. Hem Şekil 9.1’den hem Tablo 9.1’den görüleceği üzere polinom modelin derecesi arttıkça görüntü kalitesi artmaktadır. Ayrıca polinom modelin derecesinin artması ile materyallerin “*specular*” yansımaları sunulmaya başlanmaktadır.

Yeni doğrusal modeli, onun rakipleri görülebilecek BRDF modelleri ile kıyaslayabilmek için sekiz adet en çok bilinen analitik BRDF modeli belirlenmiştir. Bu BRDF modelleri; Ashikhmin-Shirley, Blinn-Phong, Cook-Torrance, Lafortune, Oren-Nayar, Ward, Ward-Duer ve Koenderink BRDF modelleridir. Koenderink BRDF modeli için modelin derecesi sekiz (8) olarak alınmıştır. Bu modellerin uydurma prosedürü için kullanılan yöntem ve her bir malzeme için elde edilen parametreler Ek 3’den görülebilir. Polinom modelinin derecesi ise yedi ($p=7$) olarak alınmıştır. Daha iyi bir gösterim için, CURET veri setinden beş adet materyal seçilmiştir. Bunlar; keçe, portakal kabuğu, taş ocağı kiremidi, arduvaz_a ve arduvaz_b’dir. Ek 2’deki Şekil 9.2 bu modellerin, bu materyaller üzerinden tahmin edilen parametreleri ile küre üzerinde sunumunu göstermektedir. Şekil 9.2.(a) satırında Ashikhmin-Shirley BRDF modeli, Şekil 9.2.(b) satırında Blinn-Phong BRDF modeli, Şekil 9.2.(c) satırında Cook-Torrance BRDF modeli, Şekil 9.2.(d) satırında

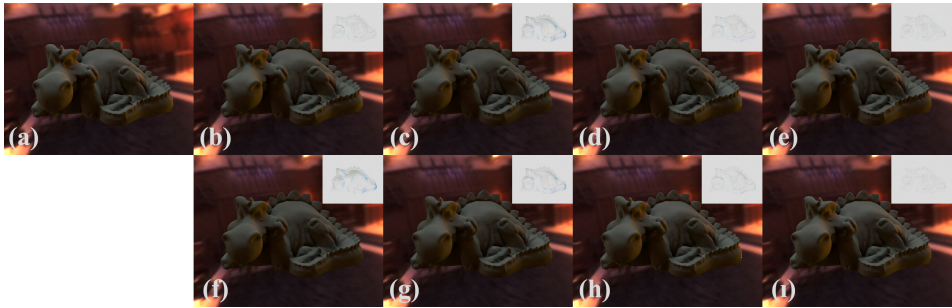
Lafortune BRDF modeli, Şekil 9.2.(e) satırında Oren-Nayar BRDF modeli, Şekil 9.2.(f) satırında Ward BRDF modeli, Şekil 9.2.(g) satırında Ward-Duer BRDF modeli, Şekil 9.2.(h) satırında Koenderink BRDF modeli, Şekil 9.2.(ı) satırında Polinom BRDF modeli sunulmaktadır. Şekil 9.2.(1) sütununda modellerin keçe malzemesini sunumu, Şekil 9.2.(2) sütununda modellerin portakal kabuğu malzemesini sunumu, Şekil 9.2.(3) sütununda modellerin taş ocağı kiremidi malzemesini sunumu, Şekil 9.2.(4) sütununda modellerin arduvaz_a malzemesini sunumu, Şekil 9.2.(5) sütununda modellerin arduvaz_b malzemesini sunumu bulunmaktadır. Tablo 9.2’de ise Şekil 9.2’deki modellerin yine Şekil 9.2’de kullanılan malzemelerde verdikleri hatalar bulunmaktadır. Buradaki hatalar L^2 metriği cinsindedir. Hem Şekil 9.2’den, hem Tablo 9.2’den görüleceği üzere polinom modeli mümkün olduğunca az parametreye gereksinim duyarak BRDF’leri etkin bir şekilde sunmaktadır.

Şekil 9.3’de ise seçilmiş olan sekiz adet analitik model, Matusik et

Model	Keçe	Portakal Kab.	Taş Ocağı Kire.	Arduvaz_a	Arduvaz_b
Ashikhmin-Shirley	0.0190	0.0217	0.0165	0.0121	0.0223
Blinn-Phong	0.0518	0.0626	0.0369	0.0196	0.0586
Cook-Torrance	0.0229	0.0213	0.0136	0.0107	0.0236
Lafortune	0.0170	0.0245	0.0117	0.0070	0.0184
Oren-Nayar	0.0571	0.0740	0.0429	0.0249	0.0711
Ward	0.0385	0.0420	0.0241	0.0124	0.0383
Ward-Duer	0.0238	0.0219	0.0137	0.0109	0.0243
Koenderink (derece=8)	0.0087	0.0126	0.0069	0.0059	0.0068
Polinom (p=7)	0.0161	0.0306	0.0108	0.0069	0.0189

Tablo 9.2 Dokuz adet analitik BRDF modelinin CURET (2007) veri setine ait beş adet materyal üzerindeki parametrelerinin tahmini sonucu oluşan hataları

al. (2003)'ın veri setindeki yeşil-lâteks malzemesinden tahminlenen parametreleri ile sunulmuştur. Şekil 9.3.(a)'da referans görüntü, Şekil 9.3.(b)'de Ashikhmin-Shirley modeli, Şekil 9.3.(c)'de Blinn-Phong modeli, Şekil 9.3.(d)'de Cook-Torrance modeli, Şekil 9.3.(e)'de Lafortune modeli, Şekil 9.3.(f)'de Oren-Nayar modeli, Şekil 9.3.(g)'de Ward modeli, Şekil 9.3.(h)'de Ward-Duer modeli ve Şekil 9.3.(ı)'da da Polinom modeli bulunmaktadır. Polinom modelin derecesi burada beş ($p=5$) olarak seçilmiştir. Her bir analitik BRDF modelinin referans görüntüden farkı alınmış ve bu fark aynı modelin hemen sağ üst köşesinde gösterilmiştir. Fark resimlerindeki koyu bölgeler yüksek farkı ve uyuşmazlığı işaret etmektedir. Bu modellerin hepsi için ayrıca Matusik et al. (2003) veri setinden seçilmiş olan beş materyal ile hatalar ve pik sinyal-gürültü oranları (PSNR) hesaplanmıştır. Seçilmiş olan beş materyal; yeşil-lâteks, bej-kumaş, koyu-mavi-boya, turuncu-boya ve sarı-plastiktir. Tablo 9.3'den sonuçlar görülebilir. Kullanılan hata metriği burada da L^2 metriğidir. Şekil 9.3'den ve Tablo 9.3'den görülebileceği üzere polinom modeli ($p=5$) bu materyaller üzerinde oldukça üstün bir performansa sahiptir.

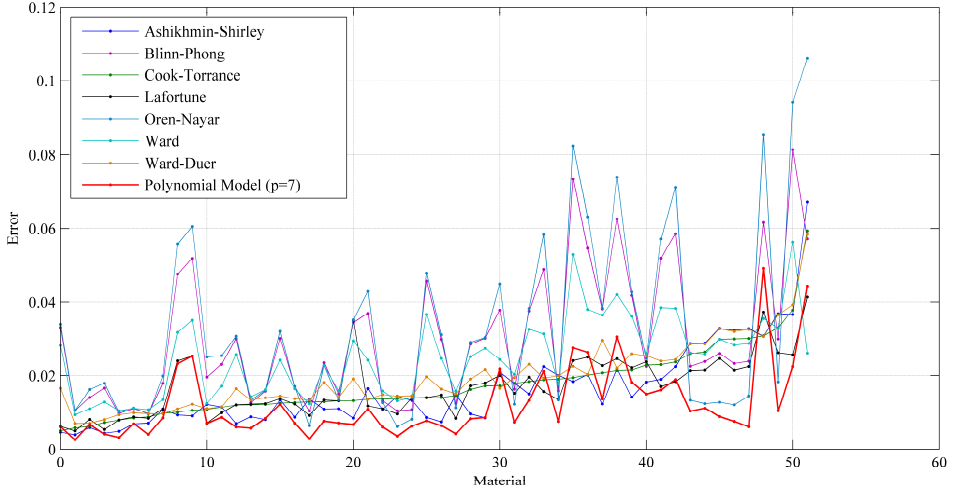


Şekil 9.3 Soğukkanlı dragonun sekiz adet farklı analitik BRDF modeli ile sunumu

Model	Bej-Kumaş		Koyu-Mavi-Bo.		Yeşil-Lâteks		Turuncu-Boya		Sarı-Plastik	
	Hata	Psnr	Hata	Psnr	Hata	Psnr	Hata	Psnr	Hata	Psnr
Ash.-Shirley	0.005	46.04	0.004	42.33	0.004	43.29	0.004	46.71	0.007	39.32
Blinn-Phong	0.010	37.68	0.011	34.67	0.006	38.84	0.010	39.57	0.014	36.29
Cook-Torrance	0.008	42.63	0.004	43.43	0.004	43.26	0.004	46.79	0.007	39.54
Lafortune	0.008	42.11	0.006	42.35	0.004	44.43	0.006	45.50	0.009	39.71
Oren-Nayar	0.011	37.71	0.013	33.12	0.008	38.51	0.012	38.23	0.015	35.65
Ward	0.010	38.06	0.009	36.82	0.005	40.54	0.009	41.68	0.013	36.98
Ward-Duer	0.009	38.56	0.006	39.62	0.004	43.25	0.006	41.68	0.010	37.66
Polinom (p=5)	0.006	45.08	0.006	42.47	0.003	46.51	0.005	47.24	0.009	41.81

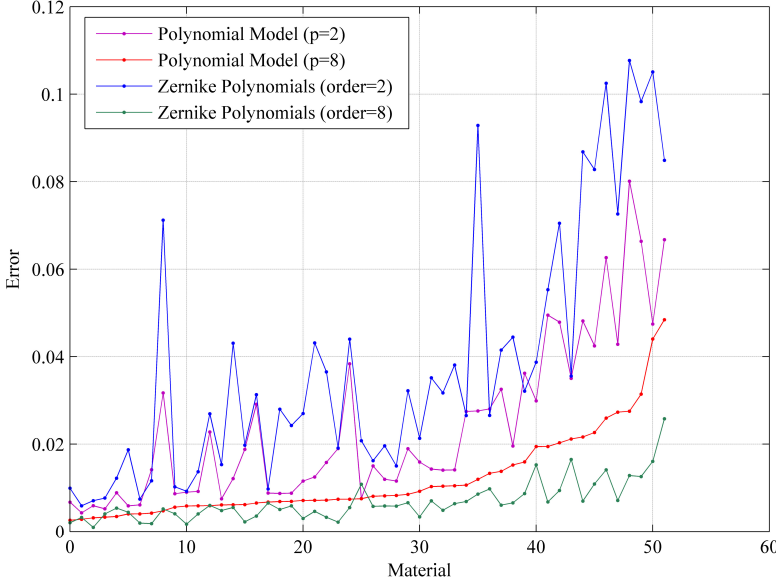
Tablo 9.3 Sekiz adet analitik BRDF modelinin Matusik et al. (2003)'un veri setine ait beş adet materyal üzerindeki parametrelerinin tahmini sonucu oluşan hataları ve PSNR değerleri

Daha ileri bir seviyede kıyaslama yapabilmek için CURET (2007) veri setindeki 52 izotropik materyal sekiz (8) analitik BRDF modeline uydurulmuştur. Doğrusal olmayan parametrelere sahip modellerin tahmin edilen parametreleri ve uydurma prosedürü Ek 3'den bakılabilir. Polinom modelin katsayıları *sağlam en küçük kareler yöntemine* göre bulunmuştur. Daha sonra diğer modeller ile kıyaslama yapabilmek için L^2 metriği cinsinden hatası hesaplanmıştır. Bu prosedür polinom modeli için tez kapsamı boyunca sürekli uygulanan uydurma ve hata hesaplama prosedürüdür. Kıyaslama için kullanılan metrik L^2 metriğidir. Sonuçların grafiksel olarak gösterimi ise Şekil 9.4'de bulunmaktadır. Şekil 9.4'de sonuçların daha iyi analiz edilebilmesi için hatalar çizilmeden önce Cook-Torrance (yeşil renkli) BRDF modeline göre sıralanmıştır. Polinom modeli için derece yedi ($p=7$) olarak belirlenmiştir ve polinom modeli 52 materyalden 35'inde en düşük hatayı vermiştir.



Şekil 9.4 Sekiz analitik BRDF modelinin CURET veri setindeki 52 izotropik materyalde verdiği hatalar

Şekil 9.5’de ise Şekil 9.4’dekine benzer bir kıyaslama mevcuttur. Ancak burada doğrusal parametrelere sahip iki model kıyaslanmaktadır. Bu modeller Zernike polinomlarına dayanan Koenderink BRDF modeli ile polinom modelidir. Koenderink BRDF modeli için hem ikinci dereceden hem sekizinci dereceden sunum kullanılmıştır. İkinci dereceden sunum 5 doğrusal parametre gerektirirken, sekizinci dereceden sunum 55 doğrusal parametre gerektirmektedir. Polinom modeli için ise de hem ikinci dereceden hem sekizinci dereceden sunum mevcuttur. İkinci dereceden polinom modeli 9 doğrusal parametre gerektirirken, sekizinci dereceden polinom modeli 21 doğrusal parametre gerektirmektedir. Şekil 9.5’de sunulan hatalar L^2 metriği cinsindedir. Grafiğin daha iyi okunabilmesi için hata değerleri sekizinci dereceden polinom modeline (kırmızı renkli) göre sıralandıktan sonra çizilmiştir. Grafikten de görülebileceği üzere her iki modelinde sunum doğruluğu modellerin derecesi arttırıldıkça artmaktadır.



Şekil 9.5 İki doğrusal analitik BRDF modelinin CURET veri setindeki 52 izotropik materyalde verdiği hatalar

Polinom modelinin bir önemli özelliği ise yansımanın karşılıklı olma prensibini sağlıyor olmasıdır. Bu durum Şekil 9.6'dan görülebilir. Şekil 9.6'da Matusik et al. (2003)'un veri setinden alınan turuncu-boya malzemesi beşinci dereceden polinom modele uydurulmuştur. Şekil 9.6.(a)'da ölçülmüş veri ile “*rendering*”i gerçekleştirilen referans görüntü mevcuttur. Şekil 9.6.(b)'de ise polinom modelinin görüntüsü mevcuttur. Şekil 9.6.(c)'de ise polinom modelinin yine aynı parametreler ile “*rendering*”i gerçekleştirilmiştir, ancak bu sefer gelen ışık vektörü (L) ile giden ışık (bakış) vektörü (V) modelde yer değiştirilerek “*rendering*” gerçekleştirilmiştir. Her bir görüntünün sağ üst köşesine de referans görüntüden farkının alınmasıyla elde edilen fark görüntüleri yerleştirilmiştir. Fark görüntülerinden de görüleceği üzere polinom



Şekil 9.6 Polinom modelin karşılıklı olma prensibini sağlaması

modeli karşılıklı olma prensibini eksiksiz yerine getirir.

CUReT (2007) veri setindeki 52 izotropik materyalin parametreleri çeşitli analitik BRDF modelleri ile tahmin edilirken ayrıca her bir modelin parametre tahmin edilme zamanları da kaydedilmiştir. Bu parametre tahmin zamanlarının ortalaması alınarak saniye cinsinden Tablo 9.4’de sunulmuştur. Uydurma zamanlarının hesaplandığı bilgisayar Pentium D 2.66 GHz 1 Gb RAM olan bir makinedir. Parametre tahmin zamanları hesaplanırken polinom modelinin derecesi yedi (7) olarak seçilmiştir. Tablo 9.4’den de anlaşılacağı üzere, polinom model kıyaslandığı diğer BRDF modellerine göre en düşük ortalama parametre tahmin zamanına sahiptir.

Model	Zaman (saniye)	Model	Zaman (saniye)
Ashikhmin-Shirley	0.3708	Oren-Nayar	0.2100
Blinn-Phong	0.4084	Ward	0.2353
Cook-Torrance	0.3756	Ward-Duer	0.2550
Lafortune	0.3441	Polinom ($p=7$)	0.1058

Tablo 9.4 Sekiz adet analitik BRDF modelinin ortalama parametre tahmin zamanları

10 SONUÇ

Bu tez çalışmasında yeni bir analitik BRDF modeli sunulmuştur. Bu yeni modelin bütün parametreleri doğrusaldır. Model bir tepki yüzey modelidir. Modelde kullanılan açıklayıcı değişkenler temel bileşenler analizi ile bir transformasyondan sonra elde edilirler. Model esas olarak birden fazla değişkenli polinom modelidir. Dolayısıyla modelin parametrelerinin adedi ve modelin derecesi esnektir. Modelin parametrelerinin hepsi doğrusal olduğu için standart en küçük kareler yöntemi ile ölçülmüş BRDF verisinden kolaylıkla tahmin edilebilir. Bu durum doğrusal olmayan parametrelere sahip BRDF modellerine göre yeni modelin en büyük artılarından biridir. Doğrusal olmayan BRDF modellerinde global minimum garanti değil iken, tez kapsamında önerilen yeni BRDF modeli global minimumu garanti eder.

Tez kapsamı boyunca, yeni analitik BRDF modeli çeşitli ölçülmüş BRDF veri setleri üzerinde denenmiştir. Elde edilen sonuçlardan sonra görülmüştür ki, yeni analitik BRDF modeli “*diffuse*”, pürüzlü ve parlak izotropik materyaller için hem görüntüsel hem nümerik olarak oldukça tatmin edici sonuçlar vermektedir. “*Specular*” izotropik materyaller için ise modelin derecesi oldukça yüksek bir değer olarak seçilmesi gerekmektedir ki bu da modeli kullanılamaz yapmaktadır.

Yeni analitik BRDF modeli ayrıca diğer analitik BRDF modellerine göre hız olarak da çok etkindir. Yapılan testler sonucu elde edilen bir diğer sonuç ise yeni analitik BRDF modelinin ortalama parametre tahmin süresi diğer analitik BRDF modellerinin hemen hemen yarısı kadardır.

Tez kapsamı boyunca bütün analitik BRDF modellerinin “*rendering*”i için *Physically Based Rendering Tool* (PBRT) kullanılmıştır. Yeni analitik BRDF modelinin PBRT’ye uygulanmasında ve “*rendering*”inde herhangi bir zorlukla karşılaşılmamıştır. Yeni

analitik BRDF modelinin PBRT’deki uygulamasında modelin örnekleme yöntemi olarak Lambertian BRDF modelinin örnekleme yöntemi (Bkz. Eşitlik 4.21 ve Bkz. Eşitlik 4.22) kullanılmıştır. Model “*diffuse*” ve parlak materyaller için kullanıldığından bu örnekleme yöntemi model için yeterlidir.

Tez kapsamı içinde önerilen yeni analitik BRDF modelinin parametrelerini tahmin için standart en küçük kareler yöntemi yerine sağlam en küçük kareler yöntemi kullanılmıştır. Böylece yeni modelin, ölçülmüş BRDF veri setinde olabilecek gürültüden etkilenmemesi sağlanmıştır. Doğrusal parametrelere sahip olmayan analitik BRDF modellerinin parametrelerinin tahmini için izlenen prosedür Ek 3’de ayrıntılı olarak anlatılmaktadır. Genel olarak bakılırsa, Nygan et al. (2005)’un izlemiş olduğu prosedür bire bir olarak kullanılmıştır. Ek 3’de ayrıca bu modellerin CURET (2007) veri setindeki izotropik materyaller için tahmin edilen parametreleri de bulunmaktadır. Bu parametreler her hangi bir “*rendering*” algoritmasında bu BRDF modellerinin uygulamalarında kullanılabilirler. Bütün analitik BRDF modellerinin parametrelerinin tahmininde MATLAB programı kullanılmıştır.

İleriye yönelik olarak, yeni analitik BRDF modelinin daha etkin bir örnekleme metodunun geliştirilmesi düşünülmektedir. Yeni BRDF modelinin en ilginç özelliklerinden bir tanesi, polinomda kullanılan değişkenlerin istatistiksel olarak birbirlerinden bağımsız olmalarıdır. Model için etkin bir önem örnekleme yöntemi geliştirilirken bu özellikten faydalanılması düşünülmektedir. Ayrıca BRDF’leri daha etkin bir parametrisasyon ile tanımlanmasının araştırılması da düşünülmektedir. Bunun yanında bu araştırılan yeni parametrisasyonlar içinde diğer dikgen transformasyonlarda araştırılıp en etkin dikgen transformasyon metodunun bulunması amaçlanmaktadır.

Sonuç olarak bu çalışmada, bilgisayar grafiklerinde önemli bir

konu olan ışıklandırma konusu ve buna bağlı olarak BRDF geniş bir biçimde ele alınmaya çalışılmıştır. Analitik BRDF modelleri üzerine mevcut olan sıkıntılar ele alınmış ve bunlara yönelik çözümler önerilmiştir. Bütün bunlar ışığında, bu çalışmada yapılan analizler ve tez kapsamı içinde önerilen doğrusal parametrelere sahip yeni BRDF modeli bundan sonra BRDF konusu üzerine yapılacak çalışmalar için de bir kaynak niteliğindedir.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- Ashikhmin, M. and Shirley, P.**, 2000, An anisotropic phong light reflection model, *J. Graph. Tools*, 5(2):25-32.
- Blinn, J.F.**, 1977, Models of light reflection for computer synthesized pictures, *Proceedings of SIGGRAPH'77*, 192-198.
- Cochran, W.G. and Cox, G.M.**, 1966, *Experimental Designs*, 2nd Edition, John Wiley & Sons, 617p.
- Cook, R.L. and Torrance, K.E.**, 1981, A reflectance model for computer graphics, *Proceedings of SIGGRAPH'81*, 307-316.
- Cooley, W.W. and Lohnes, P.R.**, 1971, *Multivariate Data Analysis*, 1st Edition, John Wiley & Sons, 364p.
- Cornell**, 2007, Cornell Light Measurement Laboratory, <http://www.graphics.cornell.edu/online/measurements/reflectance/index.html>.
- CUReT**, 2007, Columbia-Utrecht Reflectance and Texture Database, <http://www1.cs.columbia.edu/CAVE/software/curet/index.php>.
- Dana, K.J., van Ginneken, B., Nayar, S.K. and Koenderink, J.J.**, 1996, *Reflectance and Texture of Real-World Surfaces*, Columbia University Technical Report, No. CUCS-046-96, 9p.
- DeGroot, M.H. and Schervish, M.J.**, 2002, *Probability and Statistics*, 3rd Edition, Addison Wesley, 816p.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam ediyor)

- Duer, A.**, 2004, On the Ward model for global illumination, Submitted for review, 8p.
- Heuberger, J. and Pasman, W.**, 2005, Data Fitting Report, Delft University of Technology, 26p.
- He, X.D., Torrance, K.E., Sillion, F.X. and Greenberg, D.P.**, 1991, A comprehensive physical model for light reflection, *Proc. of SIGGRAPH'91*, 175-186.
- Koenderink, J.J., Van Doorn, A.J. and Stavridi, M.**, 1996, Bidirectional reflection distribution function expressed in terms of surface scattering modes, *Proc. of the 4th European Conference on Computer Vision-Volume 2*, 28-39.
- Lafortune, E.P.F., Foo, S.-C., Torrance, K.E. and Greenberg, D.P.**, 1997, Non-linear approximation of reflectance functions, *Proceedings of SIGGRAPH'97*, 117-126.
- Lambert, J.H.**, 1760, Photometry, or, On the Measure and Gradations of Light, Colors, and Shade, The Illuminating Engineering Society of North America.
- Lawrence, J.D.**, 2006, Acquisition and Representation of Material Appearance for Editing and Rendering, PhD Thesis, Princeton University, 162p.
- Lawrence, J., Rusinkiewicz, S. and Ramamoorthi, R.**, 2004, Efficient brdf importance sampling using a factored representation, *ACM Trans. Graph.*, 23(3):496-505.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam ediyor)

- Marquardt, D.W.**, 1963, An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters, *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 11:431-441.
- Matusik, W.**, 2003, A Data-Driven Reflectance Model, PhD Thesis, Massachusetts Institute of Technology, 115p.
- Matusik, W., Pfister, H., Brand, M. and McMillan, L.**, 2003, A data-driven reflectance model, *ACM Trans. Graph.*, 22(3):759-769.
- Nicodemus, F.E., Richmond, J.C., Hsia, J.J., Ginsberg, I.W. and Limperis, T.**, 1977, Geometric Considerations and Nomenclature for Reflectance, National Bureau of Standards (U.S.), Washington, 67p.
- Nygan, A., Fredo, D. and Matusik, W.**, 2005, Experimental analysis of brdf models, *Proceedings of the Eurographics Symposium on Rendering*, 117-126.
- Oren, M. and Nayar, S.K.**, 1994, Generalization of Lambert's reflectance model, *Proc. of SIGGRAPH '94*, 239-246.
- Overall, J.E. and Klett, C.J.**, 1972, Applied Multivariate Analysis, 1st Edition, McGraw-Hill, 500p.
- Pharr, M. and Humphreys, G.**, 2004, Physically Based Rendering from Theory to Implementation, Morgan Kaufmann, San Francisco, 1019p.
- Phong, B.T.**, 1975, Illumination for computer generated pictures, *Communications of ACM*, 18(6):311-317.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam ediyor)

- Ramamoorthi, R. and Hanrahan, P.**, 2001, A signal-processing framework for inverse rendering, *Proc. of SIGGRAPH'01*, 117-128.
- Rusinkiewicz, S.**, 1998, A new change of variables for efficient BRDF representation, *Rendering Techniques '98*, 11-22.
- Schlick, C.**, 1994, An inexpensive BRDF model for physically-based rendering, *Computer Graphics Forum*, 13(3):233-246.
- Torrance, K.E. and Sparrow, E.M.**, 1967, Theory for off-specular reflection from roughened surfaces, *Journal of the Optical Society of America* 57, 9:1105-1114.
- Walter, B.**, 2005, Notes on the Ward BRDF, Cornell Program of Computer Graphics, Technical Report PCG-05-06, 5p.
- Ward, G.**, 1992, Measuring and modeling anisotropic reflection, *Proceedings of SIGGRAPH'92*, 26(2):265-272.

EKLER

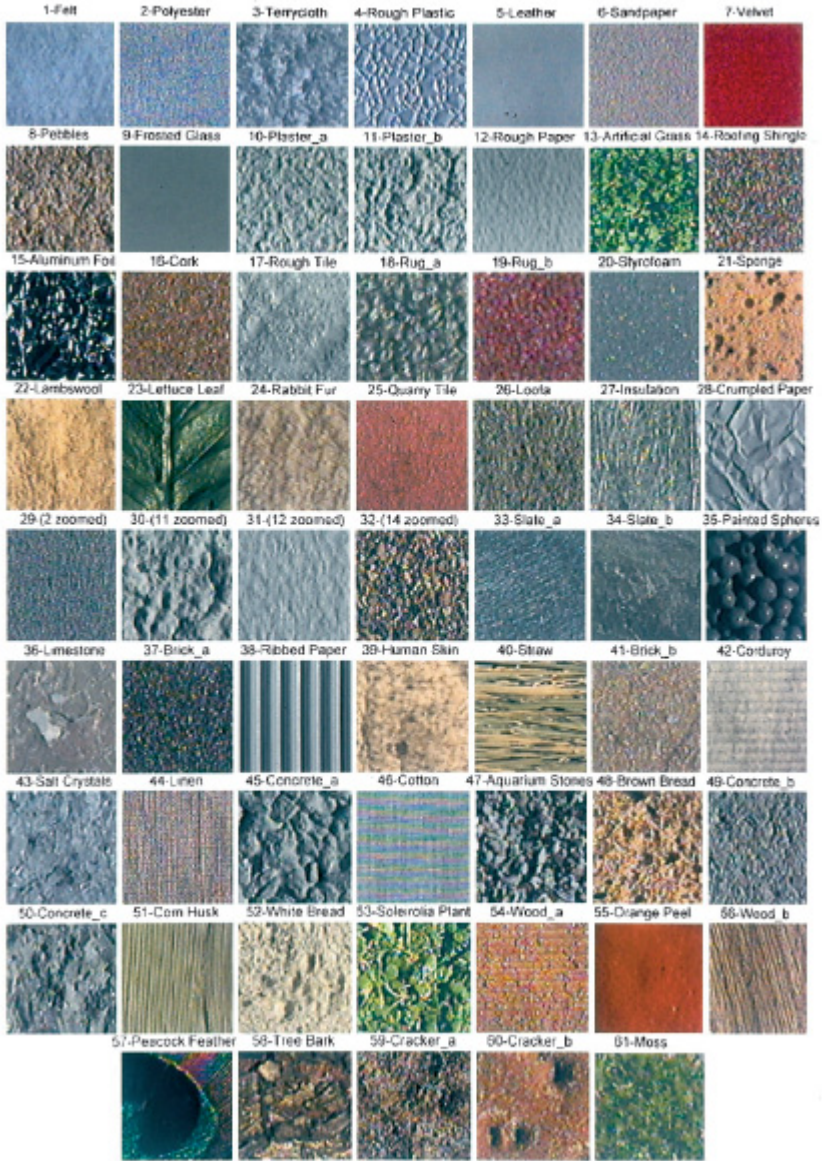
Ek 1 CURET Veri Setindeki Ölçümlenen Malzemeler

Ek 2 Analitik BRDF Modellerinin Bir Arada Gösterimi

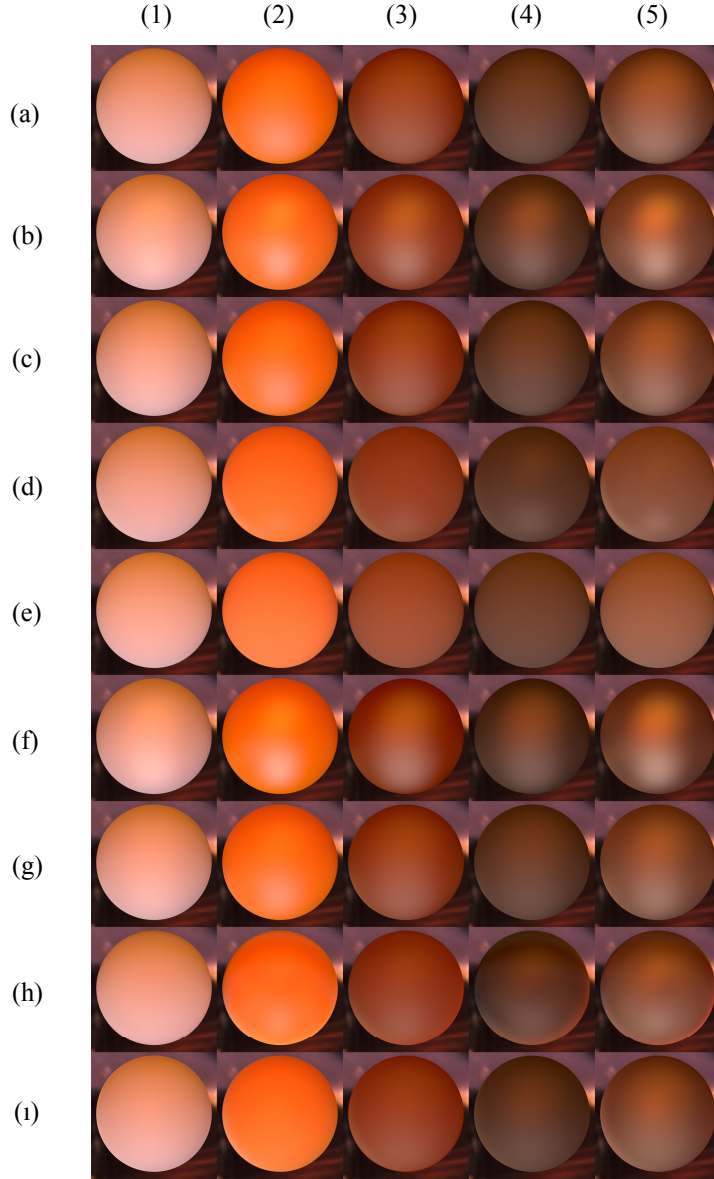
Ek 3 Bazı Analitik BRDF Modellerinin Tahmin Edilen Parametreleri

Ek 4 Türkçe-İngilizce Terimler Sözlüğü

Ek 1 CURET Veri Setindeki Ölçümlenen Malzemeler



Şekil 8.1 CURET veri setinde ölçümlerde kullanılan 61 yüzey (Dana et al.'dan 1996)

Ek 2 Analitik BRDF Modellerinin Bir Arada Gösterimi

Şekil 9.2 Dokuz farklı analitik BRDF modeli ile sunulan küreler

Ek 3 Bazı Analitik BRDF Modellerinin Tahmin Edilen Parametreleri

Aşağıda doğrusal olmayan parametrelere sahip 7 adet analitik BRDF modelinin CURET veri seti için tahmin edilen parametreleri sunulmaktadır. Parametreler Nygan et al. (2005)'in kullandığı prosedüre göre tahmin edilmiştir. Dolayısıyla parametreleri tahmin ederken kullanılan objektif fonksiyon Eşitlik 5.13'dür. Aşağıda her bir model için sunulan hata değerleri bu metriğe göre belirlenmiştir. Oren-Nayar BRDF modeli dışındaki bütün modeller 1 “diffuse” lop ve 1 “specular” loptan oluşturulmuştur ve hepsi için “diffuse” lop Lambertian BRDF modeli ile modellenmiştir. Bütün modeller izotropik materyaller için uydurulmuştur.

Ashikhmin-Shirley modeli için “diffuse” lopta Lambertian BRDF modeli kullanılmıştır. “Specular” lop için ise Eşitlik 3.15 kullanılmıştır. Ashikhmin-Shirley BRDF modeli için aşağıdaki tabloda p_0 değeri F_0 '1, p_1 değeri ise n 'i sembolize eder. Tablolarda (1) numarasına karşılık gelen satırda ise parametreleri bulunmaktadır.

Blinn-Phong modeli için ise Eşitlik 3.4 kullanılmıştır. Blinn-Phong modeli için aşağıdaki tabloda p_0 değeri n 'i sembolize eder. Tablolarda (2) numarasına karşılık gelen satırda ise parametreleri bulunmaktadır.

Cook-Torrance modeli için Eşitlik 3.28 kullanılmıştır. Cook-Torrance modeli için aşağıdaki tabloda p_0 değeri F_0 '1, p_1 değeri ise m 'yi sembolize eder. Tablolarda (3) numarasına karşılık gelen satırda ise parametreleri bulunmaktadır.

Lafortune modeli için Eşitlik 3.10 kullanılmıştır. Lafortune modeli için aşağıdaki tabloda p_0 değeri C_{xy} 'yi, p_1 değeri ise C_z 'yi, p_2 değeri ise n 'yi sembolize eder. Tablolarda (4) numarasına karşılık gelen satırda ise parametreleri bulunmaktadır.

Oren-Nayar modeli için Eşitlik 3.23 kullanılmıştır. Oren-Nayar modeli için aşağıdaki tabloda p_0 değeri σ 'yı sembolize eder. Tablolarda (5) numarasına karşılık gelen satırda ise parametreleri bulunmaktadır.

Ward modeli için Eşitlik 3.6 kullanılmıştır. Ward modeli için aşağıdaki tabloda p_0 değeri α 'yı sembolize eder. Tablolarda (6) numarasına karşılık gelen satırda ise parametreleri bulunmaktadır.

Ward-Duer modeli için Eşitlik 3.8 kullanılmıştır. Ward-Duer modeli için aşağıdaki tabloda p_0 değeri α 'yı sembolize eder. Tablolarda (7) numarasına karşılık gelen satırda ise parametreleri bulunmaktadır.

1) Felt

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.4448	0.3366	0.2365	0.6116	0.4911	0.2050	0.999	1.3010		0.0190
(2)	0.5974	0.4614	0.2882	0.0362	0.0279	0.0118	18.881			0.0518
(3)	0.5596	0.4293	0.2756	0.0357	0.0285	0.0118	0.7394	0.4379		0.0229
(4)	0.6136	0.4731	0.2933	0.7577	0.5956	0.2514	-0.479	0.169	8.616	0.0170
(5)	0.6656	0.5139	0.3105				0.000			0.0571
(6)	0.5484	0.4223	0.2722	0.2209	0.1727	0.0723	0.3888			0.0385
(7)	0.5667	0.4350	0.2780	0.1213	0.0968	0.0398	0.4448			0.0238

2) Polyester

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.4141	0.3189	0.2007	0.8458	0.6305	0.3326	0.999	0.2347		0.0142
(2)	0.6041	0.4601	0.2767	0.0104	0.0080	0.0035	27.421			0.0418
(3)	0.5147	0.3930	0.2412	0.2631	0.1986	0.1013	0.1476	0.9822		0.0215
(4)	0.5998	0.4572	0.2740	0.6491	0.4889	0.2534	-0.893	0.117	9.826	0.0220
(5)	0.6253	0.4764	0.2838				0.000			0.0427
(6)	0.5592	0.4260	0.2598	0.1285	0.0980	0.0467	0.4055			0.0361
(7)	0.5531	0.4217	0.2565	0.0978	0.0741	0.0369	0.500			0.0258

3) Terrycloth

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.6830	0.5120	0.3100	0.9932	0.7255	0.4334	0.3860	0.000		0.0108
(2)	0.8254	0.6211	0.3727	0.000	0.000	0.000	1.8417			0.0234
(3)	0.7595	0.5680	0.3434	0.2095	0.1521	0.0919	0.000	0.999		0.0129
(4)	0.7581	0.5669	0.3427	0.3902	0.2828	0.1721	-0.624	0.019	12.067	0.0134
(5)	0.7729	0.5778	0.3493				0.1559			0.0226
(6)	0.7545	0.5647	0.3408	0.0183	0.0128	0.0085	0.2257			0.0225
(7)	0.7479	0.5597	0.3381	0.0178	0.0128	0.0080	0.2844			0.0181

4) Rough Plastic

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.5768	0.4442	0.2484	0.1276	0.0946	0.0465	0.3657	11.289		0.0134
(2)	0.5893	0.4521	0.2532	0.0127	0.0101	0.0045	27.702			0.0301
(3)	0.5804	0.4469	0.2497	0.0269	0.0200	0.0098	0.2511	0.3485		0.0125
(4)	0.5998	0.4613	0.2567	0.4703	0.3457	0.1725	-0.577	0.149	14.87	0.0138
(5)	0.6159	0.4732	0.2627				0.0958			0.0320
(6)	0.5689	0.4373	0.2457	0.0717	0.0547	0.0257	0.2927			0.0241
(7)	0.5729	0.4411	0.2470	0.0404	0.0301	0.0147	0.3231			0.0145

5) Leather

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.6267	0.4785	0.2693	0.0843	0.0717	0.0327	0.999	19.146		0.0203
(2)	0.6455	0.4954	0.2750	0.0265	0.0221	0.0110	42.096			0.0545
(3)	0.6335	0.4844	0.2718	0.0155	0.0131	0.0060	0.8624	0.2598		0.0201
(4)	0.6694	0.5146	0.2860	0.4376	0.3735	0.1680	-0.371	0.264	23.66	0.0249
(5)	0.7049	0.5449	0.2996				0.000			0.0632
(6)	0.6180	0.4717	0.2649	0.1161	0.0979	0.0463	0.2332			0.0379
(7)	0.6327	0.4837	0.2715	0.0605	0.0513	0.0235	0.2702			0.0203

6) Sandpaper

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.4652	0.3194	0.1437	0.3766	0.2656	0.1707	0.999	0.000		0.0079
(2)	0.6601	0.4514	0.2461	0.000	0.000	0.000	1.0223			0.0158
(3)	0.5194	0.3567	0.1687	0.0976	0.0720	0.0426	0.0938	0.999		0.0121
(4)	0.5380	0.3705	0.1768	0.1985	0.1450	0.0875	-0.629	0.095	9.156	0.0124
(5)	0.5498	0.3789	0.1819				0.1561			0.0161
(6)	0.5370	0.3701	0.1770	0.0134	0.0094	0.0050	0.2473			0.0162
(7)	0.5313	0.3654	0.1742	0.0161	0.0119	0.0068	0.3654			0.0140

7) Velvet

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.0855	0.0010	0.000	0.1994	0.0307	0.0152	0.999	0.000		0.0109
(2)	0.1937	0.0139	0.0030	0.000	0.000	0.000	1.9515			0.0150
(3)	0.1269	0.0072	0.0011	0.0231	0.0041	0.0022	0.000	0.6300		0.0132
(4)	0.1265	0.0071	0.0010	0.0990	0.0174	0.0093	-0.868	0.067	19.11	0.0131
(5)	0.1641	0.0107	0.0024				0.999			0.0134
(6)	0.1214	0.0060	0.0002	0.0101	0.0020	0.0013	0.3092			0.0159
(7)	0.1182	0.0056	0.0002	0.0119	0.0021	0.0012	0.4178			0.0141

8) Pebbles

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.4866	0.3062	0.1010	0.1886	0.0749	0.0619	0.999	0.000		0.0133
(2)	0.6253	0.3859	0.1441	0.000	0.000	0.000	2.6342			0.0106
(3)	0.5250	0.3213	0.1135	0.0551	0.0258	0.0192	0.000	0.999		0.0140
(4)	0.5255	0.3215	0.1137	0.0969	0.0486	0.0337	-0.978	0.088	18.426	0.0140
(5)	0.5524	0.3380	0.1203				0.3163			0.0081
(6)	0.5422	0.3354	0.1186	0.000	0.000	0.000	0.500			0.0141
(7)	0.5254	0.3217	0.1137	0.0011	0.0004	0.0004	0.1476			0.0146

9) Frosted Glass

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.1411	0.1003	0.0403	0.8911	0.5952	0.2838	0.999	1.6996		0.0365
(2)	0.3415	0.2366	0.1079	0.0803	0.0523	0.0236	17.364			0.0813
(3)	0.2698	0.1868	0.0819	0.0590	0.0393	0.0187	0.999	0.4871		0.0378
(4)	0.3541	0.2409	0.1076	1.2333	0.8395	0.3976	-0.664	0.248	5.343	0.0256
(5)	0.4904	0.3337	0.1516				0.000			0.0941
(6)	0.2407	0.1680	0.0745	0.5233	0.3472	0.1616	0.4464			0.0562
(7)	0.2990	0.2062	0.0911	0.2594	0.1727	0.0820	0.500			0.0392

10) Plaster_a

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	1.0488	0.6849	0.3098	0.000	0.000	0.000	0.999	2.9321		0.0289
(2)	1.1737	0.7729	0.3514	0.000	0.000	0.000	3.3874			0.0237
(3)	1.0903	0.7115	0.3226	0.000	0.000	0.000	0.999	0.7942		0.0263
(4)	1.1340	0.7435	0.3381	0.000	0.000	0.000	-0.360	0.178	0.453	0.0214
(5)	1.0797	0.7073	0.3192				0.3941			0.0124
(6)	1.0712	0.7011	0.3175	0.000	0.000	0.000	0.500			0.0258
(7)	1.0336	0.6757	0.3053	0.000	0.000	0.000	0.500			0.0287

11) Plaster_b

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.9400	0.6193	0.2867	0.000	0.000	0.000	0.999	2.6780		0.0368
(2)	1.1824	0.7857	0.3655	0.000	0.000	0.000	2.2151			0.0300
(3)	0.9965	0.6549	0.3040	0.000	0.000	0.000	0.999	0.8043		0.0330
(4)	1.0245	0.6753	0.3140	0.000	0.000	0.000	-0.697	0.217	0.524	0.0261
(5)	1.0415	0.6899	0.3190				0.6287			0.0183
(6)	0.9662	0.6378	0.2957	0.000	0.000	0.000	0.500			0.0328
(7)	0.9177	0.6058	0.2803	0.000	0.000	0.000	0.500			0.0365

12) Rough Paper

Model	d_r	d_e	d_b	s_r	s_e	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.6810	0.4513	0.2127	0.2621	0.1692	0.0750	0.999	5.4432		0.0089
(2)	0.7088	0.4694	0.2206	0.0733	0.0472	0.0210	11.026			0.0518
(3)	0.7215	0.4773	0.2242	0.0484	0.0313	0.0139	0.5408	0.4065		0.0104
(4)	0.7942	0.5243	0.2451	0.8933	0.5784	0.2553	-0.923	0.281	12.29	0.0252
(5)	0.8333	0.5496	0.2563				0.000			0.0605
(6)	0.6735	0.4461	0.2104	0.3253	0.2107	0.0934	0.4301			0.0350
(7)	0.7190	0.4756	0.2235	0.1320	0.0854	0.0378	0.4132			0.0122

13) Artificial Grass

Model	d_r	d_e	d_b	s_r	s_e	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.0318	0.0453	0.0035	0.2205	0.1914	0.0675	0.999	0.000		0.0068
(2)	0.3401	0.3477	0.0724	0.000	0.000	0.000	0.1931			0.0109
(3)	0.0578	0.0684	0.0112	0.0563	0.0474	0.0179	0.1358	0.999		0.0084
(4)	0.0748	0.0827	0.0166	0.1155	0.0980	0.0364	-0.767	0.187	11.72	0.0086
(5)	0.0833	0.0907	0.0189				0.3147			0.0111
(6)	0.0744	0.0826	0.0163	0.0067	0.0054	0.0024	0.2298			0.0110
(7)	0.0697	0.0785	0.0149	0.0109	0.0091	0.0035	0.3914			0.0098

14) Roof Shingle

Model	d_r	d_e	d_b	s_r	s_e	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.2445	0.1149	0.0353	0.000	0.000	0.0013	0.999	3.1501		0.0145
(2)	0.3944	0.1836	0.0560	0.000	0.000	0.000	1.6041			0.0103
(3)	0.2613	0.1225	0.0373	0.000	0.000	0.000	0.999	0.7978		0.0138
(4)	0.3550	0.1676	0.0522	0.000	0.000	0.000	-0.589	0.855	0.208	0.0095
(5)	0.3150	0.1504	0.0483				0.999			0.0061
(6)	0.2607	0.1228	0.0381	0.000	0.000	0.000	0.500			0.0132
(7)	0.2418	0.1142	0.0356	0.000	0.000	0.0005	0.500			0.0144

15) Aluminum Foil

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.5538	0.3484	0.1855	0.2422	0.1673	0.0799	0.999	8.5674		0.0671
(2)	0.4082	0.2404	0.1377	0.1774	0.1268	0.0584	13.160			0.0572
(3)	0.5340	0.3346	0.1789	0.0456	0.0315	0.0151	0.999			0.4150
(4)	0.4429	0.2697	0.1490	0.8558	0.5976	0.2820	-0.357	0.254	3.71	0.0414
(5)	0.7198	0.4631	0.2402				0.000			0.1061
(6)	0.3914	0.2323	0.1321	0.6793	0.4773	0.2238	0.4392			0.0260
(7)	0.5309	0.3325	0.1779	0.2473	0.1708	0.0816	0.4804			0.0584

16) Cork

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.2474	0.0788	0.0065	0.6824	0.5966	0.2479	0.7476	0.3401		0.0069
(2)	0.3715	0.1853	0.0515	0.0052	0.0054	0.0020	37.432			0.0301
(3)	0.3224	0.1421	0.0325	0.2134	0.1948	0.0821	0.0939	0.9847		0.0119
(4)	0.3675	0.1833	0.0499	0.3988	0.3621	0.1505	-0.868	0.272	14.32	0.0120
(5)	0.3828	0.1972	0.0557				0.000			0.0307
(6)	0.3466	0.1624	0.0420	0.0593	0.0571	0.0224	0.3191			0.0256
(7)	0.3399	0.1570	0.0393	0.0491	0.0460	0.0188	0.4098			0.0164

17) Rough Tile

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.5456	0.3583	0.1605	0.1906	0.1287	0.0590	0.6130	17.306		0.0184
(2)	0.5790	0.3800	0.1720	0.0330	0.0226	0.0097	43.645			0.0734
(3)	0.5606	0.3683	0.1651	0.0404	0.0273	0.0125	0.4144	0.2757		0.0195
(4)	0.6076	0.4002	0.1796	0.8212	0.5522	0.2545	-0.759	0.458	21.98	0.0239
(5)	0.6536	0.4312	0.1939				0.000			0.0823
(6)	0.5362	0.3511	0.1586	0.1553	0.1060	0.0467	0.2293			0.0528
(7)	0.5505	0.3614	0.1622	0.0850	0.0576	0.0261	0.2644			0.0224

18) Rug_a

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.4915	0.3020	0.1139	0.9991	0.6413	0.3041	0.6379	0.2978		0.0083
(2)	0.6419	0.3993	0.1608	0.0073	0.0044	0.0017	36.574			0.0344
(3)	0.5878	0.3641	0.1434	0.3031	0.1937	0.0917	0.0745	0.999		0.0132
(4)	0.6535	0.4065	0.1639	0.0088	0.0048	0.0014	-0.637	0.678	24.99	0.0350
(5)	0.6579	0.4089	0.1646				0.0439			0.0351
(6)	0.6100	0.3788	0.1510	0.0780	0.0489	0.0221	0.3167			0.0295
(7)	0.6029	0.3739	0.1483	0.0612	0.0389	0.0182	0.3953			0.0191

19) Rug_b

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.0855	0.0161	0.0057	0.3341	0.1648	0.0783	0.999	0.000		0.0087
(2)	0.2596	0.0909	0.0411	0.000	0.000	0.000	1.7823			0.0127
(3)	0.1326	0.0380	0.0160	0.0690	0.0377	0.0181	0.1276	0.999		0.0121
(4)	0.1520	0.0487	0.0211	0.1546	0.0822	0.0393	-0.780	0.116	10.62	0.0122
(5)	0.1857	0.0611	0.0267				0.5920			0.0133
(6)	0.1544	0.0496	0.0216	0.0039	0.0024	0.0011	0.1805			0.0143
(7)	0.1499	0.0473	0.0205	0.0068	0.0038	0.0018	0.2810			0.0134

20) Styrofoam

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.4937	0.3333	0.1576	0.8515	0.5595	0.2561	0.7814	0.8524		0.0085
(2)	0.6696	0.4479	0.2101	0.0200	0.0136	0.0062	22.146			0.0457
(3)	0.6248	0.4194	0.1969	0.1095	0.0719	0.0330	0.1942	0.5572		0.0140
(4)	0.6800	0.4558	0.2136	0.9480	0.6216	0.2853	-0.620	0.021	10.88	0.0141
(5)	0.7085	0.4744	0.2222				0.000			0.0478
(6)	0.6196	0.4151	0.1952	0.1651	0.1103	0.0502	0.3813			0.0366
(7)	0.6207	0.4164	0.1957	0.1065	0.0703	0.0321	0.4391			0.0197

21) Sponge

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.3607	0.1748	0.0322	0.7209	0.5877	0.2468	0.999	0.000		0.0084
(2)	0.5103	0.2962	0.0842	0.0027	0.0024	0.0006	50.993			0.0302
(3)	0.4346	0.2311	0.0558	0.1635	0.1412	0.0593	0.1818	0.999		0.0172
(4)	0.5010	0.2885	0.0800	0.3901	0.3329	0.1388	-0.687	0.149	11.20	0.0180
(5)	0.5174	0.3022	0.0857				0.0977			0.0304
(6)	0.4890	0.2776	0.0765	0.0431	0.0380	0.0142	0.2960			0.0274
(7)	0.4775	0.2674	0.0716	0.0481	0.0423	0.0171	0.4447			0.0215

22) Lambswool

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.4172	0.2117	0.0370	0.9794	0.7588	0.3761	0.9193	0.000		0.0123
(2)	0.7213	0.4533	0.1658	0.000	0.000	0.000	1.4243			0.0381
(3)	0.5554	0.3183	0.0897	0.2928	0.2293	0.1142	0.0603	0.999		0.0207
(4)	0.5959	0.3501	0.1056	0.4385	0.3418	0.1680	-0.835	0.315	16.81	0.0226
(5)	0.6178	0.3664	0.1132				0.1779			0.0383
(6)	0.5882	0.3450	0.1040	0.0313	0.0232	0.0103	0.2210			0.0364
(7)	0.5787	0.3368	0.0992	0.0299	0.0232	0.0113	0.2925			0.0296

23) Lettuce Leaf

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.1407	0.1148	0.0106	0.0680	0.0478	0.0260	0.999	13.760		0.0209
(2)	0.1457	0.1150	0.0127	0.0250	0.0191	0.0095	26.826			0.0378
(3)	0.1400	0.1144	0.0104	0.0118	0.0083	0.0045	0.999	0.3135		0.0172
(4)	0.1565	0.1261	0.0169	0.3589	0.2511	0.1359	-0.704	0.429	10.37	0.0200
(5)	0.1981	0.1552	0.0326				0.000			0.0450
(6)	0.1193	0.0978	0.0026	0.1225	0.0892	0.0467	0.3105			0.0243
(7)	0.1378	0.1128	0.0095	0.0595	0.0418	0.0228	0.3522			0.0166

24) Rabbit Fur

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.4818	0.2637	0.0897	0.4851	0.3345	0.1698	0.999	0.000		0.0182
(2)	0.8328	0.4983	0.2018	0.000	0.000	0.000	1.1415			0.0224
(3)	0.5433	0.3051	0.1100	0.0900	0.0643	0.0341	0.1740	0.999		0.0227
(4)	0.5814	0.3324	0.1245	0.1591	0.1111	0.0579	-0.823	0.306	18.89	0.0236
(5)	0.5970	0.3421	0.1288				0.2216			0.0245
(6)	0.5950	0.3417	0.1284	0.000	0.000	0.000	0.500			0.0260
(7)	0.5790	0.3307	0.1236	0.0060	0.0042	0.0022	0.2432			0.0253

25) Quarry Tile

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.1746	0.0244	0.000	0.1615	0.1534	0.0704	0.999	4.7531		0.0165
(2)	0.2066	0.0533	0.0140	0.0311	0.0303	0.0133	17.166			0.0369
(3)	0.1881	0.0369	0.0053	0.0189	0.0181	0.0083	0.999	0.4270		0.0136
(4)	0.2209	0.0683	0.0198	0.4540	0.4319	0.1961	-0.749	0.338	7.69	0.0117
(5)	0.2644	0.1096	0.0386				0.000			0.0429
(6)	0.1710	0.0195	0.000	0.1848	0.1784	0.0798	0.4170			0.0241
(7)	0.1897	0.0384	0.0060	0.0976	0.0930	0.0426	0.4811			0.0137

26) Loofa

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.6006	0.3591	0.1267	0.0449	0.0287	0.0130	0.999	10.081		0.0106
(2)	0.6081	0.3643	0.1298	0.0130	0.0081	0.0033	21.638			0.0179
(3)	0.6001	0.3586	0.1265	0.0076	0.0049	0.0022	0.999	0.3650		0.0096
(4)	0.6150	0.3681	0.1308	0.2363	0.1538	0.0700	-0.995	0.393	8.37	0.0109
(5)	0.6335	0.3801	0.1362				0.0658			0.0199
(6)	0.5922	0.3536	0.1247	0.0736	0.0472	0.0206	0.3620			0.0135
(7)	0.5999	0.3584	0.1264	0.0380	0.0245	0.0111	0.4065			0.0095

27) Insulation

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.5843	0.3771	0.1565	0.0954	0.0641	0.0280	0.999	26.524		0.0308
(2)	0.5755	0.3715	0.1553	0.0459	0.0307	0.0129	53.082			0.0616
(3)	0.5936	0.3833	0.1592	0.0153	0.0103	0.0045	0.999	0.2153		0.0308
(4)	0.5848	0.3772	0.1570	0.4280	0.2885	0.1239	-0.869	0.745	18.03	0.0372
(5)	0.6844	0.4443	0.1859				0.000			0.0855
(6)	0.5531	0.3562	0.1482	0.1613	0.1082	0.0463	0.2036			0.0355
(7)	0.5923	0.3824	0.1589	0.0686	0.0460	0.0201	0.2281			0.0307

28) Crumpled Paper

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.6816	0.4569	0.2140	0.0704	0.0453	0.0199	0.999	8.306		0.0114
(2)	0.7007	0.4687	0.2197	0.0144	0.0095	0.0039	24.305			0.0229
(3)	0.6865	0.4600	0.2154	0.0097	0.0063	0.0027	0.9997	0.3627		0.0113
(4)	0.7054	0.4720	0.2207	0.2762	0.1797	0.0775	-0.871	0.476	11.32	0.0098
(5)	0.7294	0.4877	0.2275				0.0518			0.0253
(6)	0.6804	0.4557	0.2139	0.0831	0.0543	0.0230	0.3369			0.0171
(7)	0.6881	0.4610	0.2159	0.0450	0.0291	0.0127	0.3857			0.0114

29) 2 Zoomed

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.4438	0.2882	0.1436	1.0849	0.6803	0.2911	0.6076	0.2892		0.0150
(2)	0.5940	0.3833	0.1860	0.0107	0.0063	0.0018	25.030			0.0375
(3)	0.5472	0.3529	0.1714	0.2725	0.1716	0.0728	0.0767	0.9246		0.0184
(4)	0.5932	0.3818	0.1837	0.4856	0.3063	0.1300	-0.849	0.339	14.62	0.0196
(5)	0.6158	0.3962	0.1898				0.0841			0.0383
(6)	0.5569	0.3599	0.1762	0.1064	0.0654	0.0244	0.3698			0.0326
(7)	0.5535	0.3572	0.1739	0.0735	0.0460	0.0187	0.4281			0.0230

30) 11 Zoomed

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.8491	0.5503	0.2465	0.000	0.000	0.000	0.999	2.8080		0.0328
(2)	1.0739	0.6956	0.3163	0.000	0.000	0.000	2.2131			0.0259
(3)	0.8976	0.5824	0.2604	0.000	0.000	0.000	0.999	0.8113		0.0299
(4)	1.0212	0.6621	0.2995	0.000	0.000	0.000	-0.410	0.433	0.22	0.0245
(5)	0.9530	0.6172	0.2782				0.6328			0.0128
(6)	0.8725	0.5650	0.2538	0.000	0.000	0.000	0.500			0.0299
(7)	0.8324	0.5391	0.2419	0.000	0.000	0.000	0.500			0.0327

31) 12 Zoomed

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.6084	0.3983	0.1849	0.2530	0.1620	0.0699	0.999	5.1425		0.0092
(2)	0.6414	0.4187	0.1940	0.0645	0.0417	0.0179	11.834			0.0476
(3)	0.6458	0.4222	0.1952	0.0418	0.0268	0.0116	0.6031	0.4083		0.0099
(4)	0.7139	0.4658	0.2140	0.7927	0.5083	0.2193	-0.925	0.308	11.77	0.0239
(5)	0.7525	0.4905	0.2247				0.000			0.0557
(6)	0.6032	0.3941	0.1832	0.3052	0.1972	0.0848	0.4324			0.0318
(7)	0.6442	0.4210	0.1947	0.1278	0.0820	0.0354	0.4244			0.0109

32) 14 Zoomed

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.1905	0.0906	0.0265	0.0099	0.0082	0.0045	0.000	19.538		0.0136
(2)	0.2937	0.1363	0.0386	0.000	0.000	0.000	2.3485			0.0103
(3)	0.2171	0.1000	0.0280	0.000	0.000	0.000	0.999	0.8021		0.0129
(4)	0.2939	0.1376	0.0397	0.000	0.000	0.000	-0.541	0.673	0.188	0.0091
(5)	0.2596	0.1234	0.0363				0.999			0.0063
(6)	0.2159	0.1005	0.0287	0.000	0.000	0.000	0.500			0.0123
(7)	0.1988	0.0930	0.0266	0.000	0.000	0.000	0.500			0.0134

33) Slate_a

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.0558	0.0396	0.0184	0.1232	0.0792	0.0369	0.999	3.9363		0.0121
(2)	0.0698	0.0482	0.0224	0.0273	0.0178	0.0083	16.218			0.0196
(3)	0.0630	0.0441	0.0206	0.0150	0.0097	0.0045	0.999	0.4758		0.0107
(4)	0.0732	0.0505	0.0237	0.2885	0.1871	0.0857	-0.657	0.325	4.72	0.0070
(5)	0.1198	0.0807	0.0375				0.000			0.0249
(6)	0.0470	0.0336	0.0157	0.1538	0.0996	0.0461	0.4512			0.0124
(7)	0.0690	0.0480	0.0224	0.0689	0.0443	0.0205	0.500			0.0109

34) Slate_b

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.0910	0.0476	0.0206	0.2438	0.1698	0.0720	0.999	6.5853		0.0223
(2)	0.1357	0.0776	0.0349	0.0548	0.0388	0.0156	22.618			0.0586
(3)	0.1196	0.0674	0.0291	0.0282	0.0197	0.0083	0.999	0.3669		0.0236
(4)	0.1685	0.1016	0.0437	0.6680	0.4659	0.1956	-0.823	0.529	12.12	0.0184
(5)	0.2433	0.1537	0.0656				0.000			0.0711
(6)	0.0910	0.0467	0.0215	0.2590	0.1820	0.0749	0.3386			0.0383
(7)	0.1245	0.0709	0.0306	0.1304	0.0910	0.0384	0.3904			0.0243

35) Painted Spheres

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.2312	0.1455	0.0642	0.000	0.000	0.000	0.999	3.1917		0.0201
(2)	0.7515	0.4713	0.2094	0.000	0.000	0.000	0.4895			0.0159
(3)	0.2505	0.1569	0.0692	0.000	0.000	0.000	0.999	0.7415		0.0190
(4)	0.2856	0.1794	0.0798	0.000	0.000	0.000	-0.815	0.256	0.41	0.0136
(5)	0.2844	0.1809	0.0806				0.999			0.0134
(6)	0.2506	0.1577	0.0698	0.000	0.000	0.000	0.500			0.0177
(7)	0.2246	0.1418	0.0628	0.000	0.000	0.000	0.500			0.0200

36) Limestone

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.3725	0.2210	0.0904	0.7808	0.4889	0.1834	0.0995	2.5844		0.0046
(2)	0.3978	0.2367	0.0969	0.0090	0.0057	0.0019	29.954			0.0331
(3)	0.3915	0.2328	0.0948	0.0728	0.0456	0.0171	0.0486	0.4366		0.0050
(4)	0.4033	0.2403	0.0976	0.7206	0.4509	0.1697	-0.925	0.019	16.93	0.0061
(5)	0.4165	0.2485	0.1007				0.000			0.0339
(6)	0.3747	0.2221	0.0912	0.0616	0.0390	0.0141	0.2718			0.0282
(7)	0.3722	0.2206	0.0903	0.0400	0.0252	0.0094	0.3000			0.0166

37) Brick_a

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.1397	0.0772	0.0288	0.2212	0.1478	0.0666	0.999	0.000		0.0070
(2)	0.2836	0.1632	0.0618	0.000	0.000	0.000	1.2086			0.0096
(3)	0.1776	0.1025	0.040	0.0651	0.0440	0.0214	0.0434	0.999		0.0086
(4)	0.3251	0.1932	0.0742	0.000	0.000	0.000	-0.137	0.857	0.28	0.0083
(5)	0.2031	0.1182	0.0467				0.3970			0.0094
(6)	0.1838	0.1063	0.0416	0.0047	0.0037	0.0021	0.2105			0.0106
(7)	0.1798	0.1037	0.0405	0.0073	0.0052	0.0026	0.3175			0.0095

39) Human Skin

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.1026	0.0479	0.0095	0.2172	0.1690	0.0979	0.999	1.0640		0.0043
(2)	0.1568	0.0906	0.0351	0.0106	0.0080	0.0042	17.806			0.0166
(3)	0.1415	0.0782	0.0270	0.0239	0.0185	0.0108	0.3940	0.5371		0.0072
(4)	0.1631	0.0948	0.0368	0.2747	0.2156	0.1246	-0.745	0.142	8.71	0.0053
(5)	0.1765	0.1054	0.0429				0.000			0.0179
(6)	0.1410	0.0779	0.0276	0.0695	0.0538	0.0298	0.4085			0.0128
(7)	0.1451	0.0809	0.0287	0.0404	0.0315	0.0182	0.4697			0.0080

41) Brick_b

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.1049	0.0292	0.0030	0.1382	0.1076	0.0480	0.999	8.5219		0.0223
(2)	0.1268	0.0452	0.0112	0.0370	0.0293	0.0125	23.583			0.0488
(3)	0.1132	0.0357	0.0059	0.0195	0.0152	0.0068	0.999	0.3568		0.0189
(4)	0.1444	0.0599	0.0168	0.5136	0.3999	0.1772	-0.621	0.373	10.57	0.0157
(5)	0.2018	0.1046	0.0366				0.000			0.0584
(6)	0.0908	0.0176	0.000	0.1832	0.1437	0.0629	0.3347			0.0314
(7)	0.1154	0.0374	0.0066	0.0916	0.0713	0.0318	0.3842			0.0193

43) Salt Crystals

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.5516	0.3622	0.1750	0.3130	0.2100	0.1010	0.999	0.000		0.0107
(2)	0.7188	0.4744	0.2296	0.000	0.000	0.000	2.1548			0.0131
(3)	0.6100	0.4014	0.1938	0.0850	0.0565	0.0275	0.0267	0.999		0.0137
(4)	1.0564	0.7038	0.3378	0.000	0.000	0.000	-0.059	0.817	0.18	0.0109
(5)	0.6302	0.4148	0.2003				0.2210			0.0126
(6)	0.6166	0.4057	0.1959	0.0028	0.0019	0.0009	0.1536			0.0158
(7)	0.6124	0.4029	0.1946	0.0054	0.0036	0.0017	0.2391			0.0149

45) Concrete_a

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.7395	0.5549	0.3033	0.000	0.000	0.000	0.999	3.0822		0.0323
(2)	0.9617	0.7229	0.3984	0.000	0.000	0.000	2.1933			0.0232
(3)	0.7767	0.5835	0.3195	0.000	0.000	0.000	0.999	0.7840		0.0300
(4)	0.8488	0.6378	0.3509	0.000	0.000	0.000	-0.570	0.278	0.36	0.0214
(5)	0.8406	0.6308	0.3452				0.6218			0.0120
(6)	0.7710	0.5785	0.3170	0.000	0.000	0.000	0.500			0.0283
(7)	0.7310	0.5484	0.2998	0.000	0.000	0.000	0.500			0.0320

47) Stones

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.5866	0.3859	0.2060	0.000	0.000	0.000	0.999	3.1026		0.0328
(2)	0.9169	0.6114	0.3291	0.000	0.000	0.000	1.5997			0.0238
(3)	0.6259	0.4138	0.2224	0.000	0.000	0.000	0.999	0.7625		0.0301
(4)	0.6942	0.4600	0.2474	0.000	0.000	0.000	-0.796	0.388	0.42	0.0224
(5)	0.7222	0.4733	0.2506				0.999			0.0145
(6)	0.6160	0.4058	0.2168	0.000	0.000	0.000	0.500			0.0288
(7)	0.5719	0.3754	0.1997	0.000	0.000	0.000	0.500			0.0326

48) Brown Bread

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.2432	0.1136	0.0276	0.6931	0.5275	0.2482	0.999	0.000		0.0095
(2)	0.3831	0.2168	0.0764	0.0048	0.0052	0.0023	30.758			0.0286
(3)	0.2965	0.1485	0.0434	0.1335	0.1094	0.0522	0.2699	0.999		0.0162
(4)	0.3753	0.2132	0.0744	0.3438	0.2780	0.1316	-0.953	0.289	10.28	0.0172
(5)	0.3932	0.2277	0.0813				0.000			0.0291
(6)	0.3522	0.1902	0.0639	0.0827	0.0758	0.0349	0.4255			0.0251
(7)	0.3487	0.1898	0.0634	0.0603	0.0514	0.0241	0.500			0.0191

49) Concrete_b

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.7979	0.5873	0.3145	0.0628	0.0417	0.0234	0.000	17.002		0.0179
(2)	1.0366	0.7715	0.4286	0.000	0.000	0.000	1.0108			0.0163
(3)	0.7977	0.5871	0.3144	0.0115	0.0076	0.0043	0.000	0.2849		0.0179
(4)	0.9727	0.7216	0.3968	0.000	0.000	0.000	-0.364	0.880	0.16	0.0152
(5)	0.8241	0.6066	0.3253				0.2629			0.0122
(6)	0.8113	0.5994	0.3230	0.000	0.000	0.000	0.500			0.0203
(7)	0.7950	0.5855	0.3137	0.0036	0.0023	0.0012	0.1692			0.0195

50) Concrete_c

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.8207	0.6135	0.3341	0.000	0.000	0.000	0.999	2.6855		0.0288
(2)	1.1488	0.8655	0.4812	0.000	0.000	0.000	1.2515			0.0224
(3)	0.8620	0.6455	0.3522	0.000	0.000	0.000	0.999	0.8102		0.0259
(4)	0.8984	0.6735	0.3693	0.000	0.000	0.000	-0.723	0.351	0.45	0.0213
(5)	0.8722	0.6509	0.3546				0.4996			0.01335
(6)	0.8382	0.6268	0.3422	0.000	0.000	0.000	0.500			0.0261
(7)	0.8040	0.6005	0.3269	0.000	0.000	0.000	0.500			0.0287

52) White Bread

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.6341	0.4317	0.1740	0.5747	0.4302	0.2548	0.999	0.3580		0.0073
(2)	0.7605	0.5283	0.2337	0.0140	0.0095	0.0043	18.122			0.0299
(3)	0.6978	0.4798	0.2027	0.1321	0.0983	0.0581	0.2281	0.8679		0.0141
(4)	0.7637	0.5288	0.2316	0.4778	0.3561	0.2100	-0.924	0.095	7.59	0.0147
(5)	0.7867	0.5460	0.2417				0.000			0.0311
(6)	0.7234	0.5002	0.2169	0.1378	0.0996	0.0541	0.4680			0.0245
(7)	0.7307	0.5046	0.2178	0.0759	0.0561	0.0325	0.500			0.0163

53) Soleirolia Plant

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.0554	0.0672	0.0047	0.2410	0.1675	0.0703	0.999	0.0550		0.0039
(2)	0.1060	0.1035	0.0188	0.0015	0.0006	0.0007	49.248			0.0104
(3)	0.0854	0.0894	0.0128	0.0734	0.0470	0.0233	0.1135	0.999		0.0057
(4)	0.1020	0.1001	0.0181	0.1590	0.1021	0.0507	-0.873	0.184	9.42	0.0049
(5)	0.1104	0.1060	0.0205				0.1740			0.0105
(6)	0.0975	0.0983	0.0160	0.0188	0.0103	0.0070	0.2974			0.0092
(7)	0.0924	0.0947	0.0146	0.0221	0.0131	0.0075	0.4726			0.0069

55) Orange Peel

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.7421	0.1782	0.000	0.1443	0.1223	0.0722	0.999	11.769		0.0217
(2)	0.7621	0.2059	0.0156	0.0442	0.0322	0.0181	29.152			0.0626
(3)	0.7551	0.1884	0.0034	0.0204	0.0174	0.0103	0.999	0.3067		0.0213
(4)	0.8001	0.2253	0.0250	0.6248	0.5534	0.3281	-0.627	0.390	14.99	0.0245
(5)	0.8534	0.2725	0.0530				0.000			0.0740
(6)	0.7302	0.1723	0.000	0.1868	0.1519	0.0879	0.2840			0.0420
(7)	0.7572	0.1901	0.0043	0.0917	0.0786	0.0464	0.3233			0.0219

57) Peacock Feather

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.0487	0.0381	0.0119	0.0726	0.0615	0.0358	0.6339	6.1616		0.0058
(2)	0.0484	0.0328	0.0105	0.0178	0.0182	0.0096	8.6728			0.0141
(3)	0.0546	0.0432	0.0148	0.0170	0.0143	0.0084	0.3121	0.4417		0.0062
(4)	0.0704	0.0567	0.0228	0.2467	0.2004	0.1156	-0.905	0.109	13.34	0.0080
(5)	0.0774	0.0623	0.0260				0.000			0.0162
(6)	0.0433	0.0302	0.0073	0.0731	0.0689	0.0403	0.4595			0.0109
(7)	0.0527	0.0409	0.0134	0.0288	0.0249	0.0148	0.4187			0.0070

59) Cracker_a

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.4370	0.2473	0.0935	0.1867	0.1404	0.0798	0.000	1.9210		0.0148
(2)	0.6303	0.3684	0.1368	0.000	0.000	0.000	1.1302			0.0124
(3)	0.4362	0.2467	0.0932	0.0651	0.0493	0.0279	0.000	0.999		0.0146
(4)	1.0306	0.6443	0.2543	0.000	0.000	0.000	-0.080	0.946	0.14	0.0083
(5)	0.4669	0.2650	0.1005				0.3554			0.0112
(6)	0.4363	0.2463	0.0925	0.0031	0.0030	0.0022	0.1882			0.0158
(7)	0.4328	0.2438	0.0913	0.0053	0.0043	0.0026	0.2752			0.0151

60) Cracker_b

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.2555	0.1089	0.0267	0.3982	0.2792	0.1359	0.999	0.000		0.0086
(2)	0.4085	0.2036	0.0644	0.000	0.000	0.000	1.5988			0.0170
(3)	0.3003	0.1388	0.0401	0.0840	0.0621	0.0326	0.1776	0.999		0.0127
(4)	0.3291	0.1602	0.0515	0.2172	0.1585	0.0810	-0.707	0.082	6.46	0.0122
(5)	0.3472	0.1720	0.0570				0.2152			0.0169
(6)	0.3266	0.1578	0.0498	0.0252	0.0194	0.0106	0.3318			0.0164
(7)	0.3184	0.1519	0.0468	0.0314	0.0236	0.0126	0.500			0.0138

61) Moss

Model	d_r	d_g	d_b	s_r	s_g	s_b	p_0	p_1	p_2	Hata
(1)	0.000	0.0032	0.000	0.2438	0.1738	0.0288	0.999	0.000		0.0048
(2)	0.1120	0.0885	0.0162	0.000	0.000	0.000	1.5189			0.0096
(3)	0.0316	0.0287	0.0026	0.0620	0.0428	0.0072	0.0960	0.999		0.0078
(4)	0.0444	0.0375	0.0041	0.1234	0.0863	0.0142	-0.489	0.104	11.57	0.0078
(5)	0.0670	0.0551	0.0069				0.999			0.0100
(6)	0.0454	0.0382	0.0043	0.0046	0.0032	0.0004	0.1946			0.0104
(7)	0.0421	0.0359	0.0039	0.0062	0.0042	0.0006	0.2815			0.0092

Ek 4 Türkçe-İngilizce Terimler Sözlüğü

Türkçe	İngilizce
ağırlıklandırma	: weighting
akış	: flux
ampirik	: empirical
analitik	: (1) analytical, (1) analytic
anizotropik	: anisotropic
arduvaz	: slate
ayar	: tuning
ayırışma	: decomposition
azaltma	: attenuation
bej-kumaş	: beige-fabric
bileşen	: component
birim boylu	: orthonormal
bölge	: domain
buruşmuş kağıt	: crumpled paper
çakıl taşı	: pebbles
dağılım	: distribution
dalga boyu	: wavelength
değişiklik	: modification
dikgen	: orthogonal
doğrusal	: linear
doğrusal olmayan	: non-linear
eğilim	: bias
eğim	: gradient
etkileşim	: interaction

fitilli kadife	: corduroy
fiziksel tabanlı	: physically based
fotogerçekçi	: photorealistic
gelen	: incoming
geometrik	: geometrical
giden	: outgoing
gölgelemek	: shadowing
güç	: power
gürültü	: noise
hata	: error
havlu kumaş	: terrycloth
ışınma	: radiance, radiant, electromagnetic
ışınölçüm	: radiometry
ışın-izleme	: ray-tracing
iç	: inner
ikinci dereceden	: quadratic
iki yönlü	: bidirectional
interaktif	: interactive
istikrarlı	: stable
izotropik	: isotropic
kadife	: velvet
kalan	: residual
karşılıklı olma	: reciprocity
keçe	: felt
kırmızı renkteki lal taşı	: garnet red
korunum	: conservation

koyu-mavi-boya	: dark-blue-paint
sağlam	: robust
kümülatif	: cumulative
küresel	: spherical
lambertian olmayan	: non-Lambertian
lop	: lobe
maskelemek	: masking
materyal	: material
mısır kabuğu	: corn husk
mistik lake	: mystic lacquer
negatif olmama	: non-negativity
normalleştirilmiş	: normalized
olasılık	: probability
olgusal	: phenomenological
oluk	: groove
önem	: importance
örnek	: sample
örnekleme	: sampling
portakal kabuğu	: orange peel
programlama	: programming
radasyon	: radiance
reddetme	: rejection
saçılma	: scattering
saman	: straw
sarı-plastik	: yellow-plastic
sınırlayıcı	: constrained

soğukkanlı	: phlegmatic
standart	: canonical
tahminleyici	: estimator
tarafsız	: unbiased
taş ocağı kiremidi	: quarry tile
tekdüze	: uniform
temel	: (1)basis,(2)principal
tepki	: response
timsah lake	: cayman lacquer
tuğla	: brick
turuncu-boya	: orange-paint
uydurmak	: fit
yankı	: reflection
yansıma	: reflectance
yarımküre	: hemisphere
yarım	: half
yarı-Newton	: quasi-Newton
yeşil-lateks	: green-latex
yinelemeli	: iterative
yoğunluk	: (1) density, (2) intensity
yosun	: moss
yükseltme	: elevation
zımpara kağıdı	: sandpaper

ÖZGEÇMİŞ

Murat KURT

adres: 333 SK. No:14/6 Şirinyer / İZMİR

tel: (0536) 6933059

e-mail: murat.kurt@ege.edu.tr

Kişisel Bilgiler	Milliyeti	: T.C.
	Doğum Yeri / Tarihi	: İzmir / 20.06.1981
Eğitim	2003 -	Ege Üniversitesi Uluslararası Bilgisayar Enstitüsü (UBE) Bilgi Teknolojileri Ana Bilim Dalı
	1998 – 2002	Dokuz Eylül Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü
Mesleki İlgili Alanları	Bilgisayar Grafikleri (BRDF Modelleri, Global ışıklandırma) Nesne tabanlı yazılım geliştirme süreçleri ve metodolojileri Nesne tabanlı yazılım analizi, dizaynı ve implementasyonu Görüntü işleme (LPR, Görüntü kaydı)	